第3章　図形と方程式

2　平面上の点

$\boxed{152}$ 2 点 $(a,\ b)$, $(p,\ q)$ の距離は

$$\sqrt{(a-p)^2+(b-q)^2}$$

で求められます．特に問題ないでしょう．

$\boxed{153}$ 何を示せば，直角二等辺三角形であると言えるのでしょうか．
① 辺の長さが $1:1:\sqrt{2}$ である
② 角の大きさが 45°, 45°, 90° である
の 2 つがあると思います．今の段階では ① しか無理ですね．② はベクトルを学習すればできます．
そうそう，さらにもう 1 つ別の方法もあります．数学 Ⅲ で学習する「複素数平面」の知識を使うものです．楽しみですね．

$\boxed{154}$ x 座標同士，y 座標同士で内分点，外分点の公式に当てはめます．
$\boxed{149}$を参照のこと．
特に，「外分点が覚えにくい」という声を聴きますが，まずは内分点をしっかりと覚え，その後，

$$m:n \text{ に外分} = m:(-n) \text{ に内分}$$

とイメージすればよいでしょう．あくまでもイメージですが・・・

$\boxed{155}$ 重心の座標は基本中の基本．そのうち「ベクトル」でも登場する重要な概念です．
3 点 $(a,\ p)$, $(b,\ q)$, $(c,\ r)$ で作られる三角形の重心は

$$\left(\frac{a+b+c}{3},\ \frac{p+q+r}{3}\right)$$

記号で覚えるより，「x 座標を全部足して 3 で割る，y 座標を全部足して 3 で割る」と覚えたほうが早いでしょう．

$\boxed{156}$ A に関して P と Q が対称であるとは，PQ の中点が A であるということです．

$\boxed{157}$ 問題文の内容を式に表すだけです．
(1) の場合，x 軸上の点を $\mathrm{P}(p,\ 0)$ とでもおいて，関係式 $\mathrm{AP}=\mathrm{BP}$ を計算すれば p の値が分かります．
なお，これも後ほど学習することですが，2 点から等距離にある点の集合は 2 点の垂直二等分線になります．つまり，(1) は A，B の垂直二等分線と x 軸との交点の座標を求めているのです．意欲的な人は，実際に垂直二等分線の方程式を求めて交点を計算してみてください．

$\boxed{158}$ $\mathrm{C}(p, q)$ とおこう．あとは重心の公式に当てはめるだけ．

$\boxed{159}$ 上の例題 14 を参照のこと．今のところはこのように 3 辺の長さが等しいことに着目して解くしかありませんが，数学 Ⅲ の複素数平面を学習すれば，もっと感動的な方法で解くことができます．

$\boxed{160}$ これも求める点の座標を $(p,\ q)$ とでもおいて，それぞれの点への距離が等しいことを式で表して解くだけ．こう言ってしまえば簡単ですが，この問題は式を立てたあとの計算処理がメンドウでしょうね．上の例題 14 と同じ雰囲気ですけど．
なお，これも後ほど学習することですが，この問題は外接円の中心を求めたことになります．一般に，3 点を通る円はただ一つに定まります．円上の点は中心からの距離が一定です．$\boxed{187}$を参照のこと．

$\boxed{161}$ 今の段階でやるなら，対角線の交点はそれぞれの対角線の中点で交わることを利用します．つまり，対角線の交点は AC の中点に一致するので分かります．また AD の中点がその交点に一致するので D の座標も計算できますね．
う〜ん，できればこの問題は後ほど学習する「ベクトル」を利用したいところです．数学 B の問題$\boxed{18}$, $\boxed{20}$を見てください．まあ，そのうちに・・・

$\boxed{162}$ とりあえず 3 頂点の座標をおいて，それぞれの中点を求めよう．それらが $(-1,\ -1)$, $(0,\ 1)$, $(2,\ -2)$ に一致するわけです．

$\boxed{163}$ この問題は大切です．入試ではこういう問題がノーヒントで出題されます．そんなときにどういう手法で解くのか・・・これもいろんな方法があります．

今回の場合，3 点 A，B，C の座標を設定することがポイント．「座標で解こう」と思うことが大切です．どのように設定してもいいのですが，できれば計算が簡単になるように設定したいところです．僕だったら B と C を x 軸上におきます．しかも左右対称に (BC の中点が原点)．A はテキトーでよいでしょう．

$\boxed{164}$ う～ん，できれば，というより絶対に，この問題は後ほど学習する「ベクトル」で解くべきです．数学 B の問題 $\boxed{49}$, $\boxed{51}$ などを見てください．似ているでしょう．

うん，やっぱりベクトルで解きましょう．だから，今は別にやらんでよろしい．