

第3章 図形と方程式

6 円と直線

円と直線の位置関係を知る方法は2つあります。

方法① 交点の個数で分類する。

つまり、交点の個数は円と直線の方程式を連立して出来る2次方程式の解として求められるので、連立してできる2次方程式の判別式を D とすると

$$D > 0 \iff \text{交わる}$$

$$D = 0 \iff \text{接する}$$

$$D < 0 \iff \text{離れる}$$

となります。

方法② 円の中心から直線への距離と円の半径の大小で分類する。

つまり、中心から直線への距離を d 、円の半径を r とすると

$$d < r \iff \text{交わる}$$

$$d = r \iff \text{接する}$$

$$d > r \iff \text{離れる}$$

となります。

いずれも、暗記するのではなく、意味をしっかりと考えて理解することが大切です。

どっちの方法が良いかは状況によります。しばらくの間はどちらの方法でも解いておくことをおすすめします。両方の経験を重ねることで、どちらの方が都合が良いか自分なりにわかってくると思います。必ず2通りの方法で勉強しておくこと。

190 (1)(2)(3) は中心が原点なので、方法①、方法②のどちらでやってもあまり差はありませんが、(4) は中心が原点ではないので、方法②の方が楽かもしれません。しかし、共有点の座標を求めるには、結局のところ連立して2次方程式を解くことになりますね。以上を踏まえて、どちらの方法でやるか自分で判断してください。

191 円上の点における接線を求める問題。
円 $x^2 + y^2 = r^2$ 上の点 (p, q) における接線は

$$px + qy = r^2$$

で求められます。この公式で一発終了ですね。この公式は絶対に覚えておこう。

192 「共有点をもつ」としか書いてないので、交わる場合と接する場合の両方になります。つまり、
方法① 連立してできる2次方程式の判別式を D とすると

$$D \geq 0$$

方法② 中心から直線への距離を d 、円の半径を r とすると

$$d \leq r$$

暗記するのではなく、意味をしっかりと考えること。

この問題も接点の座標を求めるには、結局のところ連立して2次方程式を解くこととなりますね。以上を踏まえて、どちらの方法でやるか自分で判断してください。

193 これも2通りの方法でやっておこう。

194 円外の点から引いた接線を求める問題。重要な問題です。**191**とセットで学習しよう。犬プリでかなり詳しく解説したので、そちらを参照のこと。

195 **191**や**194**はいずれも原点中心の円の接線でしたが、今回は中心が原点ではありません。上の例題18を参照してください。これも犬プリで詳しく解説してあります。

196 (1) は傾きが2の直線なので $y = 2x + k$
(2) は原点を通る直線なので $y = ax$
とおけます。接点の座標を求めるように指示されているし、直線の式がシンプルなので代入して判別式 $D = 0$ が良いかもしれません。

197 有名問題。いわゆる「極線」といわれるものです。これも犬プリで詳しく解説してあります。実は**182**にヒントがあります。

198 重要な問題.

円の方程式を求めるには「中心」と「半径」が分かれば OK です.

(1) は中心が分かっています. 図の状況から, 半径は中心から直線への距離そのものになるはず.

(2) は図のイメージをすること. 半径が分かっていますね. それに円が x 軸に接することから中心の y 座標が分かるでしょう. となれば, その中心から $x + y = 1$ への距離

が半径の 3 に等しいので, 中心の x 座標も分かるはず.

(3) は中心を $(t, 3t)$, 半径を r をおくこと. $2x + y = 0$ に接すること, 点 $(2, 1)$ を通ること, という 2 つの条件から式が 2 つ出ます. だったら t と r も求められるでしょう. メンドウですがこれが一番確実な方法.

199 様々な方法が考えられる重要な問題. 上の例題 19 を参照すること.