第 3 章　図形と方程式

7　2 つの円

$\boxed{200}$ 2 直線の位置関係，円と直線の位置関係，の次は，2 円の位置関係です．位置関係シリーズはこれで終わり．
で，どうするかというと，数学 A の「平面図形」でもやったように 2 つの円の半径と中心間の距離を比べるしかありません．
(1) は 2 円の半径が 3 と 6，中心間の距離は $\sqrt{5}$(だいたい 2.3) ですね．
(2) は 2 円の半径が 2 と 1，中心間の距離は $2\sqrt{2}$(だいたい 2.8) ですね．
(3) は 2 円の半径が $3\sqrt{10}$ と $2\sqrt{10}$，中心間の距離は $\sqrt{10}$ ですね．
公式に当てはめるのではなく，値の大小から位置関係を図示して考えてください．

$\boxed{201}$ これまで何度もやってるように，中心と半径が分かれば円の方程式は決定します．今回の場合，(1) も (2) 中心が分かっているのであとは半径だけが分かればよいですね．外接，内接の様子を正しく図示しよう．計算自体はたいしたことありません．

$\boxed{202}$ $\boxed{201}$ と似ていますが，内接するのか外接するのか分からないのでそれぞれの場合を考えねばなりませんね．$\boxed{201}$ ができていれば別にやらなくても良いでしょう．

$\boxed{203}$ 意外にメンドウです．まず，円 $x^2+y^2-6x+4y+4=0$ は中心が $(3,\ -2)$，半径 3 になります．また 2 円の中心間の距離は $\sqrt{13}$.
要するに，半径 r と 3 の円が交わるわけだから，3 辺の長さが r，3，$\sqrt{13}$ の三角形が成立する条件を考えればよいのです．

$\boxed{204}$ 連立して解くだけ．手法で迷うことはないでしょう．2 式を辺々引き算して，x と y の 1 次式を作ります．それを元の式に代入します．1 回の代入では終わりませんね．仕方ないです．
授業でも申しましたが，2 円の式を引き算して出てきた 1 次式が図形的にどういう意味を持つのか，を意識すれば，これらの計算過程が理にかなっていることがわかるでしょう．

$\boxed{205}$ いわゆる「k を使う有名問題」．毎年，多くの生徒さんが「なぜこのように置くんですか」と質問に来ます．授業ではパソコンを使って見せました．確かに交点を通っていたと思います．まあ最初は「なんか知らんけど，このように式をおけば交点を通る曲線が得られるんだな」という程度の理解で十分でしょう．あんまり入試にも出ませんし．さて、今回の場合

$$x^2+y^2-4+k(x^2+y^2-4x-2y+1)=0 \cdots (※)$$

とおけば，2 円の交点を通る曲線群が得られます．前半部分はこれに点 $(1,\ -1)$ を代入すれば k の値が分かります．
また，2 円の交点を通る直線は x^2 や y^2 の項が消えればよいので，$k=-1$ とすればよいでしょう．結果的に 2 式を引き算しただけなんですが，答案で「2 円を引くと・・・」と書けばアウトです．(※) 式をちゃんと書いて，$k=-1$ を代入してください．

$\boxed{206}$ $\boxed{205}$ は 2 円の交点を通る曲線群を考えましたが，円と直線の交点を通る曲線群の場合も全く同じです．つまり，

$$x^2+y^2+2x+4y-4+k(7x-y+2)=0$$

とおきます．これに点 $(-1,\ 2)$ を代入すれば k の値が分かります．

$\boxed{207}$ 例題 20 を参照してください．まずは，2 円を図示して共通接線がどのように存在するのか確認しよう．
(1) は例題 20 と同じ状況になっています．つまり共通接線は 4 本．
(2) は 2 円が交わっているので，共通接線は 2 本．
円の接線の求め方は，先日配った「円の接線」のプリントで詳しく解説しました．考え方としては，接点を設定するか，傾きを設定するか，になるのですが，対象となる円が 2 つあるので注意が必要です．

つまり，1 つの円に注目して接点を設定し，接線の式を作ります．その接線がもう 1 つの円に接する条件を考えるのです．かなりメンドウな計算になります．

なお，三角関数などを使えばまた別の視点で考えることができますが，それは後日に紹介しましょう．