第 4 章　三角関数

4　三角関数のグラフ

$\boxed{264}$ いずれも基本形のグラフです．基本形のグラフは，周期，振幅，y 軸との交点，θ 軸との交点，など完璧に暗記しておかねばなりません．それがれきれば，まあ，何となく分かるでしょう．

$\boxed{265}$ 三角関数のグラフは

① 上下伸び縮み $\longrightarrow$ $y=a\sin\theta$

② 左右伸び縮み $\longrightarrow$ $y=\sin k\theta$

③ 平行移動 $\longrightarrow$ $y-q=\sin(\theta-p)$

が基本です．それぞれの場合に，周期や振幅がどのように変化するのかしっかりとグラフをイメージして考えてください．

今回の場合，

① 上下伸び縮み $\longrightarrow$ (1)(2)

② 左右伸び縮み $\longrightarrow$ (7)(8)(9)

③ 平行移動 $\longrightarrow$ (3)(4)(5)(6)

となっています．

$\boxed{266}$ $\boxed{265}$ では，上下伸び縮み，左右伸び縮み，平行移動，が単独で関わっていましたが今回は 2 つミックスされています．

(1) は上下の伸び縮みと平行移動

(2) は左右の伸び縮みと平行移動

(3) は上下の伸び縮みと左右伸び縮み

です．

$\boxed{267}$ いずれも，上下伸び縮み，左右伸び縮み，平行移動が混在しています．特に今回は θ 軸方向の平行移動が入っています．

(1) は

$$y=\cos\left(3\theta-\frac{\pi}{2}\right)=\cos 3\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)$$

とします．すると，$y=\cos 3\theta$ の θ の代わりに $\theta-\dfrac{\pi}{6}$ を代入した形になっているので，このグラフは $y=\cos 3\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $\dfrac{\pi}{6}$ だけ平行移動したグラフです．

(2)(3) も同様に

$$y=\tan\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{3}\right)=\tan\frac{1}{2}\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)$$

つまり，$y=\tan\dfrac{\theta}{2}$ のグラフを，θ 軸方向に $\dfrac{2\pi}{3}$ だけ平行移動したグラフです．

$$y=2\sin\left(2\theta+\frac{\pi}{3}\right)+1=2\sin 2\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)+1$$

つまり，$y=2\sin 2\theta$ のグラフを，θ 軸方向に $-\dfrac{\pi}{6}$，y 軸方向に 1 だけ平行移動したグラフです．

$\boxed{268}$ 偶関数とは左右対称なグラフ，奇関数とは原点対称なグラフです．しかし実際は見た目で判断するのではなく，計算で判断します．

つまり，

$f(x)$ のグラフが左右対称

$\iff x$ のときと $-x$ のときの値が等しい

$\iff f(x)=f(-x)$

$f(x)$ のグラフが原点対称

$\iff x$ のときと $-x$ のときの値が符号違い

$\iff f(-x)=-f(x)$

となります．

要するに x の代わりに $-x$ を代入して，式の形がそのまんまやったら偶関数（左右対称），符号が変化するだけなら奇関数（原点対称）になるのです．

$\boxed{269}$ 今はグラフを学習しているので，グラフを利用して最大最小を考えよ，ということなのでしょうが，単位円ルーレットで十分です．(1)(2) は $0\leqq\theta<2\pi$ のとき，$-1\leqq\sin\theta\leqq 1$，$-1\leqq\cos\theta\leqq 1$ であることから簡単にわかります．

(2) も単位円ルーレットをイメージして，$0\leqq\theta\leqq\dfrac{4}{3}\pi$ のとき，$\sin\theta$ の範囲がどうなのかを考えよう．

(3) は $\tan\theta$ のグラフをイメージしたほうが分かりやすいかもしれません．$\tan\theta$ のぐグラフは単調増加だからです．なお，範囲の中にヤバイ値（$\dfrac{\pi}{2}$ がらみ）が含まれていないことを確認しよう．

$\boxed{270}$ $y=2\sin(a\theta-b)=2\sin a\left(\theta-\dfrac{b}{a}\right)$ と変形すると，このグラフは $y=2\sin a\theta$ のグラフを θ 軸方向に $\dfrac{b}{a}$ 平行移動したものであることがわかります．$y=2\sin a\theta$ のグラフの周期や振幅はわかりますよね．