第6章　微分法と積分法

第1節　微分係数と導関数

1　微分係数

2　導関数

詳しいことは，犬プリ『微分法の始まり』に書いてありますので，そちらを参照してください．

390 「平均変化率」とは単なる「傾き」のことです．A の x 座標を a，B の x 座標を b とするとき，直線 AB の傾きを a，b で表せというだけの問題です．

391 前問同様，「平均変化率」とは単なる「傾き」のことなので，傾きを求めるだけの話．例えば (1) なら，A の x 座標を 1，B の x 座標を 2 とするとき，直線 AB の傾きを求めよというだけの問題です．

392 極限値の計算は基本的に行き先の数字をそのまま代入するだけで求められます．ただ，そのまま代入するとヤバイ形 $\dfrac{0}{0}$ になるときは，分母分子を因数分解して約分すればヤバイ形を回避できます．「いつも，そうなるの？」と言われるとちょっとビミョ～なんですが（例えば $\displaystyle\lim_{n\to 0}\frac{1}{x}$ など），今のところ（つまり数学 II 分野では）全く気にしないでよろしい．

393 いちおう，この章では微分の公式はまだ知らないことになっているので，「定義に従って」微分係数を求める必要があります．微分係数の定義とは，

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

これに従ってコツコツ計算するだけ．
なお，微分の公式を使ってよければ，微分係数 $f'(a)$ とは $f'(x)$ の x のところに a を代入したものなので，$f(x)$ を微分して $f'(x)$ を求めて，$x=a$ に代入するだけ．あ～簡単．

394 $\boxed{392}$ と同様です．基本的のそのまま代入．ムリなら因数分解です．

395 「定義に従って」とあるから，導関数の定義から計算する必要があります．導関数の定義とは，

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

これに従ってコツコツ計算するだけ．

396 「公式を用いて」とあるので楽チンです．(7)～(9) はいったん展開してから微分しましょう．以下，「定義を用いて」という断りのない限り，公式を利用してガンガン微分して構いません．

397 $f'(a)$ とは $f'(x)$ の x のところに a を代入したものです．つまり $f(x)$ を微分して $f'(x)$ を求めて，x に代入するだけ．公式を使って微分するから，あ～簡単．

398 $f(x)$ が 2 次関数なので $f(x)=ax^2+bx+c$ とでもおくと，$f'(x)=2ax+b$．よって，条件式を代入すると a，b，c についての関係式が出ます．あとは，これらを a，b，c についての連立方程式だと思って解くだけです．

399 なんやら多くの文字が乱出していますが，要するに，（ ）で指示された文字以外は定数と思って，（ ）で指示された文字にだけに注目して注目して微分しなさいということ．
う～ん，今のところは，正直どうでも良い問題です．別にやらなくてよろしい．そのうち，いやというほど意識せざるをえなくなりますから．

400 次の $\boxed{401}$ から先にやりましょう．$\boxed{401}$ の問題文の方がイメージがしやすいと思います．
で，この $\boxed{400}$ ですが，$\boxed{401}$ と同様に図形的なイメージが必要でしょう．要するに，与えられた曲線の x 座標が 1 の点と x 座標が 2 の点を直線で結んで，その直線と平行な接線を考えるのです．その接点の x 座標を求めよという問題．

なお，この問題は数学 Ⅲ で学習する『平均値の定理』が背景にあります．今のところはスルーしてもいいんじゃないかな．

$\boxed{401}$ 問題文の通りに立式するだけです．要するに，**与えられた曲線上の点** $(1,\ f(1))$ **と点** $(a,\ f(a))$ **を結んだ直線と平行な接線を考える**のです．その接点の x 座標が b なのです．図形的なイメージができるでしょうか．
なお，この問題は数学 Ⅲ で学習する『平均値の定理』が背景にあります．今のところはスルーしてもいいんじゃないかな．

$\boxed{402}$ なるほど，こういう公式もあるのですね．まあ，知っていると便利ですが，今のところは無理に覚える必要はありません．迅速かつ正確に展開する腕力の方が今は大切だからです．展開して微分しても構いません．

$\boxed{403}$ (1) は，正四面体の表面積 S を x の式で表すだけ．(2) は，S を x で微分にして $x=5$ を代入するだけ．「だから，何なんだ？」という問題ですね．
ちなみに，問題とは関係ないですが，半径 x の球の体積は $\dfrac{4}{3}\pi x^3$ ですが，これを x で微分すると $4\pi x^2$ となり，なんと球の表面積になります．立体の体積を微分すれば必ず表面積になるのでしょうか？興味ある人は，今回の正四面体の場合で調べてみてください．

$\boxed{404}$ 上の例題 40 そのまんまです．
(1) は $f(x)$ が 2 次関数なので $f(x)=ax^2+bx+c$ とでもおき，$f'(x)=2ax+b$ だから，これらを等式に代入して，両辺の係数比較．
(2) は $f(x)$ が 3 次関数なので $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ とでもおき，$f'(x)=3ax^2+2bx+c$ だから，これらを等式に代入して，両辺の係数比較．
あ～簡単ですね．
なお，この問題も数学 Ⅲ で学習する『積の微分公式』が背景にあります．そのことを知っていれば全く別の観点からこの問題が見えてくると思います．まあ，そのうちに．

$\boxed{405}$ これは難問．まずは $f(x)$ が 2 次式であることを示さないといけないのですが，仮に，$f(x)$ が n 次式だとして式 (B) を考えると，$f'(x)$ が $n-1$ 次式なので，式 (B) の両辺は共に n 次式になり，次数の観点からは式 (B) からは何の情報も得られません．
この問題は，**$f(x)$ が単に n 次式だと仮定するだけでは不十分で，$f(x)$ の最高次の係数も考えないといけない**のです．つまり $f(x)$ の最高次の項を ax^n とおきます．すると，$f'(x)$ の最高次の項は anx^{n-1} ですので，式 (B) の両辺の x^n の係数がそれぞれわかります．これらが一致するのですから・・・・・．$f(x)$ が 2 次式であることがわかれば，$\boxed{404}$ (1) と全く同様ですね．