第 6 章　微分法と積分法

7　不定積分

☆この章のポイント☆

微分して $f(x)$ になる関数を $f(x)$ の不定積分 (または原始関数) といい，

$$\int f(x)dx$$

と表します．$f(x)$ の不定積分を求めることを，『$f(x)$ を (x で) 積分する』といいます．$f(x)$ は積分される関数なので，被積分関数ともよばれます．

$f(x)$ の不定積分はたくさんあって，そのうちの 1 つを $F(x)$ とすれば，

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

となります (C を積分定数という)．

積分計算のミスを減らすポイントは，$f(x)$ を積分して $F(x)+C$ を求めた後に，$F(x)+C$ を微分して，確かに $f(x)$ に戻っているかを常に確認することです．

460 上のポイントに従って，**微分するとその関数になるものを見つけるだけ**．積分定数 C を忘れないように．

461 461 と同じですが，違うところは，被積分関数 (つまり中身の関数) が積の形になっているので，いったん**展開してから積分**せねばならないということです．(2)(4) は t の関数を t で積分していることも意識しよう．ここでも，積分定数 C を忘れないように．

462 一見，ムツカシそうにかいてますが，やることは 460 や 461 と同じです．(1) で $F(0)=1$ という条件があるのはなぜだか分かりますか．これがあるから積分定数 C が決定するのです．

463 **$y=f(x)$ のグラフの接線の傾きの変化の様子が $f'(x)$ でした．**

つまり，(1) は $f'(x)=3x^2+2$．(2) は，$f'(x)=6x^2+ax-1$ であると言っているのです．それぞれを積分すれば $f(x)$ が出てきます．ここでも、積分定数 C を忘れないように．通る点の条件から，積分定数 C や a の値が決定します．

個人的には，この問題はちょっと困ります．数学が苦手な人をより混乱させるからです．微分の復習になりますが，$f'(x)$ は接線の傾きのことではありません．あくまでも傾きの変化の様子を表す関数 (いわゆる導関数) であって，$x=a$ における接線の傾きが $f'(a)$ なのです．

この問題では，「$y=f(x)$ 上の各点 $(x,\ y)$ における接線の傾きが $f'(x)$」となってますが，この文自体は全く問題ないんですが，関数の変数としても x，y と，曲線上の点の座標としての x，y を区別せずに書いているため，混乱と誤解を招きかねません．注意しましょう．

464 $f(x)$ が 2 次関数と指定されているので，$f(x)=ax^2+bx+c\quad(a \neq 0)$ とでもおくと，

$$F(x)=\int(ax^2+bx+c)dx$$

です．右辺を積分計算します (ここでも、積分定数 C を忘れないように)．あとは，これが，$xf(x)-2x^3+3x^2$，つまり，$x(ax^2+bx+c)-2x^3+3x^2$ に式として一致するわけですから，**x についての恒等式と考えて係数比較**すれば良いのです．残りの条件 $f(1)=0$ もお忘れなく．

465 463 同様に初心者を混乱させる問題ですね．困ったものです．

$f'(x)=x^2+2x-2$ より積分すれば $f(x)$ が出てきますが，ここでも積分定数 C が登場します．これを決定せねばなりません．どこでも良いから通る 1 点を見つければよいのですが，問題の状況から判断して，接点を考えるのは自然なことでしょう．接点の座標を求めよう．接線が $y=-3x+1$ なので $f'(x)=-3$ となる x を求めれば良いですね．y 座標も分かりそうです．よって積分定数 C も決定し，$f(x)$ が求まります．