第2章　式と曲線

2　2次曲線の平行移動

2次曲線に限らず，与えられたグラフの平行移動は基本中の基本です．

$\boxed{80}$ 一般に，あるグラフを x 軸方向に a，y 軸方向に b だけ平行移動したグラフは，

x の代わりに $x-a$

y の代わりに $y-b$

を代入します．

$\boxed{81}$ おそらくわかってると思いますが，(1)(2) は放物線，(3)(4) は楕円，(5)(6) は双曲線です．いずれも平方完成っぽい変形をして標準形に直します．まあ，大丈夫でしょう．

$\boxed{82}$ 重要な問題．まずは問題文をみてどんな曲線になるのか考えてください．
(1) は2定点からの和が一定なので・・・
(2) は2定点からの差が一定なので・・・
(3) は1点と直線へ距離が一定なので・・・
曲線のイメージが出来たら，式に当てはめるだけです．
なお，機械的に軌跡の手法を用いても求めることができますが，ちょっとメンドウです．やはりここは図形の性質を利用すべきです．

$\boxed{83}$ まずは2本の漸近線を図示してみてください．交点が $(-2, 1)$ になるはず．さらに点 $(-1,\ 1)$ を通ることから求める双曲線は $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ を $x\longrightarrow -2$，$y\longrightarrow 1$ に平行移動したものなので，$\dfrac{(x+2)^2}{a^2}-\dfrac{(y-1)^2}{b^2}=1$ とおけます．
あとは，漸近線の傾きが ± 2 であること，点 $(-1,\ 1)$ を通ることなどから，a，b を求めることができますね．

$\boxed{84}$ 平行移動と共に対称移動も基本中の基本．下の4つの対称移動は即答できるようにしておこう．
x 軸対称 $\longrightarrow$ y の代わりに $-y$
y 軸対称 $\longrightarrow$ x の代わりに $-x$
原点対称
$\longrightarrow$ x の代わりに $-x$，y の代わりに $-y$
$y=x$ 対称 $\longrightarrow$ x と y の入れ換え
さて，今回の問題の残りの対称移動に関しては，軌跡の発想で考えるべきですね．
例えば $(x,\ y)$ を直線 $x=-1$ に関して対称移動した点を $(X,\ Y)$ とすると，

$$\begin{cases}\dfrac{x+X}{2}=-1\\ y=Y\end{cases}$$

となります．ここから X と Y の関係式を求めればよいのです．つまり x と y を X と Y を用いて表し，$y^2=-4x$ に代入すれば，X と Y の関係式が得られます．

$\boxed{85}$ 前問と同様に軌跡の発想で求めます．つまり，$\mathrm{P}(x,\ y)$ を直線 $y=-\dfrac{1}{2}x$ に関して対称移動した点を $\mathrm{Q}(X,\ Y)$ とすると，PQ の中点が $y=-\dfrac{1}{2}x$ 上にあり，かつ PQ と $y=-\dfrac{1}{2}x$ が直交するので，

$$\begin{cases}\dfrac{y+Y}{2}=-\dfrac{1}{2}\,\dfrac{x+X}{2}\\ \dfrac{y-Y}{x-X}=2\end{cases}$$

となります．ここから X と Y の関係式を求めればよいのです．つまり x と y を X と Y を用いて表し，$7x^2+48xy-7y^2+25=0$ に代入すれば，X と Y の関係式が得られます．

$\boxed{86}$ 2つの対称移動を順番に行うだけです．くれぐれも順番を間違えないように，対称移動してから平行移動するので，平行移動してから対称移動するのとでは最終的な式が全く違ってきます．

$\boxed{87}$ 回転移動は旧課程では「行列」の定番問題でしたが，新課程ではこのテーマは「複素数平面」に置き換わります．
つまり，点 $(x,\ y)$ を原点中心に θ 回転した点を $(X,\ Y)$ とします．これらの点を複数平面で考えると，
$(x,\ y)\Longleftrightarrow x+iy$
$(X,\ Y)\Longleftrightarrow X+iY$
θ 回転する $\Longleftrightarrow \cos\theta+i\sin\theta$ 倍する

と対応するので，

$$X+iY=(x+iy)(\cos\theta+i\sin\theta)$$

$$(X+iY)(\cos(-\theta)+i\sin(-\theta))=x+iy$$

$$\begin{cases} x=X\cos\theta+Y\sin\theta \\ y=-X\sin\theta+Y\cos\theta \end{cases}$$

となります．これをもとの x と y の式に代入して X と Y だけの式を作ります．これが求める曲線の式です．

なお，この関係は暗記するのではなく，その都度，自分で作るのがよいでしょう．

$\boxed{88}$ 前問と同様です．