第 1 章　場合の数と確率

2　場合の数

この章では，公式などに頼らず，きちんと書き出すことを心がけよう．過不足なく，もれ落ちなくきちんと数えつくすには，樹形図やベン図を描いたり，表を描いたりする工夫が必要です．これらの手法を勉強するのが目標です．

11 樹形図で書き出しましょう．

12 これも書き出すだけ．表を○，裏を×と表記するのは万国共通かな？

13 これも書き出すだけ．2 個の場合は表を書いて考えると次の **14** (1)(2)(3) でも使えます．3 個の場合は・・・表にはできませんね．

14 やっぱり書き出して考えます．いずれも表で考えると一目瞭然でしょう．(4) の積が 20 以上の場合ですが，20，21，22，23，・・・と考える必要はないですよ．

15 この問題はできれば書き出さずに頭の中でイメージして答えたいところ．

16 この問題もスパッと答えだけで．まさかとは思いますが (2) は，実際に展開したりしないように．

17 上の例題 3 を参照のこと．これは定番問題です．
簡単に説明すると，24 の場合，正の約数は，1，2，3，4，6，8，12，24，の 8 個あります．$24 = 2^3 \times 3^1$ なので，24 は 2 が 3 個，3 が 1 個からできています．正の約数も素因数 2 と 3 で表現されるはずです．この個数に注目します．

約数	2 の個数	3 の個数
$1 = 2^0 \times 3^0$	0 個	0 個
$2 = 2^1 \times 3^0$	1 個	0 個
$3 = 2^0 \times 3^1$	0 個	1 個
$4 = 2^2 \times 3^0$	2 個	0 個
$6 = 2^1 \times 3^1$	1 個	1 個
$8 = 2^3 \times 3^0$	3 個	0 個
$12 = 2^2 \times 3^1$	2 個	1 個
$24 = 2^3 \times 3^1$	3 個	1 個

この表からも分かるように，もともと 2 が 3 個，3 が 1 個あったわけですから，
2 が 0 個，1 個，2 個，3 個の 4 通り
3 が 0 個，1 個の 2 通り
の選び方があるので，その組合せとして $4 \times 2 = 8$ 通りとなるのです．指数に 1 を足す理由は，0 個の場合を考えているからです．
約数の和は，

$$
\begin{aligned}
&1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 + 12 + 24 \\
=&2^0 \times 3^0 + 2^1 \times 3^0 + 2^0 \times 3^1 + 2^2 \times 3^0 + \\
&2^1 \times 3^1 + 2^3 \times 3^0 + 2^2 \times 3^1 + 2^3 \times 3^1 \\
=&3^0(2^0 + 2^1 + 2^1 + 2^3) + 3^1(2^0 + 2^1 + 2^1 + 2^3) \\
=&(2^0 + 2^1 + 2^1 + 2^3)(3^0 + 3^1)
\end{aligned}
$$

となります．

18 積が偶数になるのは，「偶数 × 偶数」「偶数 × 奇数」「奇数 × 偶数」の 3 パターンがありますが，全体から，「奇数 × 奇数」の場合を引いたほうがラクですね．

19 (1) は問題ないでしょう．
(2) は「少なくとも」とくれば否定を考えます．全体からすべて異なる場合を除けばよいです．全体は 6^3 通りです．
(3) は，積が 3 の倍数であるとは 3 個の中で少なくとも 1 個が 3 の倍数ということです．「少なくとも」なのでこれ否定を考えます．全体から 3 個とも 3 の倍数でない場合を除けばよいです．
(4) は 3 個の和が奇数．3 個の内訳は「奇偶偶」または「奇奇奇」です．大中小のサイコロに注意してください．樹形図をイメージしよう．

20 これは書き出すしかありません．

21 さいころ 3 個の目の和は最高 18 なので，目の和が 8 の倍数になるのは，8 か 16 しかありません．これも，書き出すしかありません．でも，やみくもに書き出すのではなく，系統立てて書き出してください．

$\boxed{22}$ まるでクイズですね．テキトーになぞって数えるのではなく，数学的に考えてください．

$\boxed{23}$ これまたクイズみたいな問題．これもメンドウですが書き出すしかないですねえ．あんまり面白くないですね．やらなくても良いでしょう．

$\boxed{24}$ 10 円，50 円，100 円の枚数を x，y，z とすると

$$10x + 50y + 100z \geqq 350$$

つまり

$$x + 5y + 10z \geqq 35$$

を満たす自然数 x，y，z を考えます．可能性が一番限られるのは z です．だから，z から決めていきます．
上の例題 5 は不等式で解いていますが，今はそんなことしなくても良いです．