第 3 章　整数の性質

第 1 節　約数と倍数

1　約数と倍数

$\boxed{214}$ 特にコメントする必要ないです．「約数」には負の数も含むんですねえ．うっかり忘れるところでした．

$\boxed{215}$ 一般に m の倍数は，$m\alpha$（α は整数）とおくことができます．逆に，m の倍数になることを証明するには $m\alpha$（α は整数）の形になっていることを示せばよいのです．この考え方は，この先延々と続く整数問題の根幹を成す部分です．

$\boxed{216}$ う～ん，これもほとんど当たり前ですねえ．4 の倍数の判定方法，8 の倍数の判定方法の理由を知っている人にとっては何でもない問題．

✎注　これを機会にその他の倍数の判定方法を証明つきで理解しておこう．ところで，11 の倍数の判定方法しってますか？

$\boxed{217}$ 9 の倍数の判定方法を知っていますか，という問題．
さっきも言ったけど，なぜその判定方法が有効なのか，証明できるようにしといてください．

$\boxed{218}$ 5 の倍数の判定条件と 3 の倍数の判定条件の両方を満たすというだけ．

$\boxed{219}$ 特にコメントの必要ないです．

$\boxed{220}$ 特にコメントの必要ないです．ルートがはずれるためには，ルートの中身が平方数になればよく，平方数になるには素因数分解したときの指数がすべて偶数になるので・・・・

$\boxed{221}$ 特にコメントの必要ないです．今度は $\boxed{214}$(1) と違って「正の約数」と書いてありますね．

$\boxed{222}$ 約数の個数の数え方は，『場合の数』の章で学習済みです．数学 A の 4STEP の例題 3，$\boxed{17}$ あたりを見直しておこう．なぜその求め方で良いのか，しっかりと理解しておこう．

$\boxed{223}$ 有名問題．やっぱり倍数の判定方法は，しっかりと理解して覚えておかねばならないようです．最終的には，ある関係式を満たす 0 から 9 までの整数の組み合わせを求めるという問題に帰着されます．

$\boxed{224}$ $\boxed{220}$ と同様．分数型になっているだけで考え方は全く同じです．

$\boxed{225}$ 3024 の素因数分解さえ間違えなければ大丈夫．何通りかあるようですね．

$\boxed{226}$ ようやくちょっと考える問題にあたりました．正の約数の個数は $\boxed{222}$ でもやったように「素因数分解したときの指数に 1 を足して掛け合わせる」ことで求められます．
ということは (1) の場合，正の約数の個数が 15 個なんだから，$15=3\times5$ より，もとの整数は，p，q と素数として

$$p^2q^4 \quad \text{または} \quad p^{14}$$

のいずれかの形にかけるはず．これらが $45(=3^2\times5)$ の倍数になればよいので，明らかに p^{14} は無理だし，となれば p^2q^4 の p と q の組み合わせも決まってきますね．
(2) も同様．正の約数の個数が 10 個なので，

$$p^1q^4 \quad \text{または} \quad p^9$$

とかけるはず．p と q にいろんな素数をあてはめて 200 以下になる場合を数え上げてください．
「自分でコツコツ数える」という労を惜しんではいけません．