第 1 章　場合の数と確率

5　円順列・重複順列

円形に並べて，回転して重なるものは同じとみなすのが「円順列」，さらに裏返して重なるものは同じとみなすものが「じゅず順列」です．

36 正六角形ですが「円順列」です．

37 7 人の「円順列」です．そのまんま．

38 各桁に 6 通りの数字の並べ方があるので，6^3 通り．3^6 通りじゃないよ．

39 それぞれ，「グー」「チョキ」「パー」の 3 通りの手の出し方があるので，3^5 通り．5^3 通りじゃないよ．

40 (1) は，○か×の 2 通りが 6 個続くと考えて，2^6 通りです．(2) は，メンドウですが，1 個〜6 個の場合を順に考えて足すしかありません．

41 7 人に A か B の札を渡すと考えます．なので 2^7 通り．この中には全員が A，全員が B の場合も含まれていますが，問題文に「一人も入らない部屋があってもよい」とあるのでこのままで OK です．もし，「一人も入らない部屋があってはならない」という条件があれば，$2^7 - 2$ 通りが正解になります．

42 例年，質問の多い問題ですが，正直，別にどうでもいい問題です．いちおう説明しておくと，部分集合とは，全体から要素をいくつか選んでまとめたものです．空っぽの場合も部分集合とみなします．この問題の場合は，1 から 6 の番号のついた 6 個ボールがあって，いくつか選んで袋に入れるとイメージします．それぞれのボールが「選ばれる」「選ばれない」の 2 通りの場合があるので，2^6 通りが答えになります．この中には，6 個とも選ばれない場合 (つまり袋が空っぽの状態) もありますが，空っぽの場合も部分集合とみなす，という約束があるので，問題ありません．

43 有名な重要問題．
(1) は，これまで通り，大人 2 人を一人とみなして考えます．最後に大人 2 人の入れ換えも考慮します．
(2) はよく間違える問題．まず始めに大人 2 人を向かい合って座らせるのですが，この座らせ方は 1 通りです．2 通りと答える人が多いのですが，回転して重なるものは同じと考えるので 1 通りが正解．大人 2 人が座れば，もう回転は考慮しないので，残りの 8 席に子供 8 人を座らせるだけです．

44 (1) はこれまでと同様に，女子 4 人をひとまとめに考えます．
(2) は，まずは最初に男子 4 人を並べます．これは円順列です．その後に，男子の間に女子を並べますが，もう回転は考慮しないので，単なる 4 人の順列ですね．

45 要するにまず 8 人から 5 人選んで (${}_8C_5$ 通り)，その 5 人の円順列を考えるだけです．いつおう，この章は「組合せ」を学習する前なので，C を使うのは反則なんですが，ぼくは授業では，「組合せ」をやってから「円順列」をやるので，問題ないよーん．

46 ネックレス順列そのまんま．

47 古くからある有名問題．例えば赤色を縫ってある面を下にしておきます．このとき上面に来るのは 5 通りですね．あとは，残り 4 色を側面に塗ればよいのです．上下を固定して側面の回転を考えるので，4 色の「円順列」です．
なお，この問題は 6 色での塗り分けですが，5 色と 4 色の場合も考えてみてください．

48 (1) は問題ないでしょう．(2) も 3 桁，2 桁，1 桁の各場合を調べて合計するだけです．(3) の 123 より小さい数ですが，2 桁以下は当然のこととして，3 桁で 123 より小さい数を数えればよいでしょう．具体的に書き出してもいいよ．

$\boxed{49}$ 前半は，$\boxed{42}$ と同じ．後半も，$\boxed{56}$ (5)(6) と同じ考え方．すでに 2 個は部分集合入りに内定してるので，残り 7 個で部分集合を作ればよいだけ．

$\boxed{50}$ 大変重要な問題．$\boxed{41}$ が基本になります．
まず (1)(2) の違いですが，(1) は空っぽの部屋があってもよい場合で，(2) が空っぽはダメな場合です．なので，(2) は (1) の結果から，A または B だけに集中する場合の 2 通りを引きます．
(3) は，部屋に区別がない場合です．$\boxed{61}$ を参照にしてください．

$\boxed{51}$ (1)(2) の違いですが，(1) は空っぽの部屋があってもよい場合で，(2) が空っぽはダメな場合です．なので，(2) は (1) から空っぽの場合を引くことになりますが，今回は 3 部屋なので，1 部屋だけが空っぽの場合と，2 部屋が空っぽの場合を考えねばなりません．上の例題 11 を参照してください．(2) はこれと全く同じです．

$\boxed{52}$ 常識的に考えて，中心部から塗っていくでしょう．まず一番真ん中，次にその外側です (ここまでで 2 色使う)．
すると (1) の場合，残り 4 色で外周 4 箇所を塗るので，これは「円順列」で一発終了．
(2) は残り 5 色で外周 4 箇所を塗るので，まずは 5 色から 4 色選んで「円順列」です．$\boxed{45}$ と同じ考え方ですね．