第 1 章　場合の数と確率

5　組合せ

ポイントはただひとつ．「順列 P」と「組合せ C」の区別です．

「順列 P」は選んで並べる，「組合せ」は選ぶだけ，です．

53 特に問題ないでしょう．

54 (1) は問題文から明らかに「組合せ」だとわかりますが，(2) はどうですか．「10 回投げて表が 3 回出る」とありますが，こういう場合，「10 回の中で，どの 3 回で表が出るのか」を考えねばなりません．だから「組合せ」なのです．
なお，「10 回中表が 3 回，裏が 7 回出る」と考えて，同じものを含む順列と考えることも可能です．

55 対応関係を意識しよう．
3 個の頂点を 1 組選べば三角形が 1 個，4 個の頂点を 1 組選べば四角形が 1 個できます．
対角線についてですが，2 つの頂点を選べば対角線が 1 本できそうな気もしますが，隣り合う 2 点を選ぶと対角線はできませんね．その分を除く必要があるでしょう．

56 基本的かつ重要な問題です．
(1)(2) はそのまんま．
(3) は「少なくとも」なので否定を考えます．つまり総数から 4 人とも男子の場合を除きます．
(4) は数学独特の言い回し．要するに，全部で 4 人選ぶものの，実はすでに a，b2 人が内定しているわけです．だから，残り 2 人を選ぶだけとなります．
(5) も同様．1 人は内定で 1 人は絶対に不採用ということです．

57 これも対応関係です．向かい合う 2 組の平行線で平行四辺形が 1 個できます．

58 同じものを含む順列．そのまんま．

59 $\boxed{55}$でやったように，8 個の頂点から 3 個選べば三角形が 1 個できますが，今回は条件がついています．
(1) は各辺 1 本あたり，条件にあう三角形がいくつあるのか，数えます．
(2) は三角形の総数から辺を共有する三角形を除きます．1 辺だけを共有する三角形と 2 辺を共有する三角形の 2 種類があることを忘れないように．3 辺を共有する三角形は・・・ないですね．

60 (1) は奇数ばかり 3 個選べということ．
(2) は少々面倒です．偶数と奇数の個数が分からないのですべて調べねばなりません．「奇数 1 個と偶数 2 個」「奇数 2 個と偶数 1 個」の場合を考えるか，全体から「偶数 3 個」「奇数 3 個」を除くか，のどちらかです．あんまり労力に差はありませんね．
(3) は，「3 個の和が奇数」という状況が、偶数と奇数が何個ずつなのかを考えればよいですね．

61 組分けの定番問題．組に区別があるのかないのかが大きな影響を及ぼします．詳しくは「犬プリ」を参照のこと．

62 道順の定番問題．ヨタヨタしながら解きましょう．僕の授業を受けた人は分かりますね．

63 (1)O と A の 2 文字を偶数番目 4 箇所から 2 箇所選んで入れます（順番は関係ないので「組合せ」）．あとは残りの 6 文字を並べます（これは「順列」）．
(2) は例題 13 を参照のこと．Y，K，H，M を○ 4 個（つまり同じもの）と考えて 8 文字を並べます．その後，○ 4 個に左から，Y，K，H，M の文字を書きこめばよいのです．

64 樹形図を書けば求めることもできますが，対応関係を意識すれば解決する有名問題．
(1) は，0～9 の 10 個の数字の中から 4 個選べば，その選び方に対して，数字の並べ方が一通りに定まります（大小関係が決まっているからです）．

(2) は $a>b>c>d$ と $a=b>c>d$ の場合に分けて考えれば，(1) の結果に，$a=b>c>d$ の場合を足すだけで求まります．

$\boxed{65}$ 「順列」と「組合せ」の両方を求めないといけないのでちょっとメンドウですね．
まずは「組合せ」を考えます．その4文字がすべて異なっていれば，単なる「順列」ですし，同じ数字が混じっていれば「同じものを含む順列」になります．それだけのことです．

$\boxed{66}$ 袋詰め割り算を意識する有名問題．上の例題を参照してください．
(1) について．まずは，白玉1個を固定します．残りの赤玉4個と青玉6個を並べます（同じものを含む順列）．その中には，左右対称なものと左右非対称なものがあります．左右対称なものは裏返すと自分自身に一致し，左右非対称なものは裏返すと別のものに一致します．つまり，左右対称なものは1つと数え，左右非対称なものは2個で1個と考えるのです．
(2) は $\boxed{32}$(4) を思い出してください．あの時は，女子から先に並べましたね．ということは，今回の場合は・・・

$\boxed{67}$ 重複組合せは，○と｜で考えるのが基本です．個数を○で，種類の区別を｜で表します．ただし，0個の場合を認めるかどうかによって，若干考え方が違うので注意が必要です．
今回の場合，5個のリンゴを3人に配るので，○が5個，｜が2本をイメージします．
0個を認める場合，○が5個，｜が2本を並べるだけです．これは同じものを含む順列を考えられるので，${}_7C_2$ 通りです．
0個を認めない場合，○を5個並べ，その間隔4箇所から2ヶ所選んで｜を2本突っ込めばよいので，${}_4C_2$ 通りです．あるいは，最初に1個ずつ配ったと考えて，残り2個を3人で分ける（1個ももらわない人もOK）と考えても良いでしょう．

$\boxed{68}$ 3人に8票を振り分けるわけです．逆に考えれば3票を3人で分ける．ということは○が何個？　｜が何本？

$\boxed{69}$ $\boxed{67}$と全く同じ．(1) は7個のリンゴを3人で分けるが0個も可能，(2) は12個のリンゴを3人で分けるが0個はダメ，ということ．つまり，このような読み替えができるかどうかが，この問題のポイント．

$\boxed{70}$ (1) は $\boxed{64}$(1) と同じです．要するに，1から6の中から3個選べば，並べ方が一通りに決まるので，${}_6C_3$ で終わり．では，(2) は？
ていうか，(1) と (2) の違いは何なのでしょう．これがポイント．(1) は選ぶ3つの数字がすべて異なり，(2) は選ぶ3つの数字が同じものがあっても良いということ．つまり，1から6までのカードが1枚ずつある中から3枚選ぶのが (1) で，1から6までのカードが山盛りいっぱいある中から3枚選ぶのが (2) のイメージです．6種類の中から重複を許して3個選ぶわけです．○が何個？　｜が何本？