

## 第1章 場合の数と確率

## 7 確率の基本性質

基本となるのは

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

です。

$P(A \cup B)$  は A または B が起こる確率で、 $P(A \cap B)$  は A と B が同時に起こる確率です。

$P(A \cap B) = 0$ , すなわち、A と B が同時に起こらないときは、

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

となります。

81  $A \cap B$  は、A かつ B, つまり A と B が同時に起こることを意味し、 $A \cup B$  は、A または B が起こることを意味します。この「または」には「かつ」を含みます。集合のところでも言いましたが、ここが日本語と数式の意味合いがことなる部分で注意が必要です。

82 2つの事象が同時に起こらないことを「排反」といいます。

83 基本の定番問題。全事象は  ${}_9C_3$  通り、白玉 3 個の取り出し方は  ${}_5C_3$  通りです。

84 全事象は  $6^6 = 36$  通り。その中で各事象の場合の数を数えればよいだけ。

85 ハズレくじのことも忘れないように。つまり全部で 5 本引くのだから、たとえば「当たりが 3 本」とは「当たりが 3 本でハズレが 2 本」ということです。  
当たりが 3 本以上ということなので、3 本、4 本、5 本の場合を計算して足すだけ。それぞれの事象が排反であることを意識しよう。

86 ベン図をイメージしよう。5 または 8 で割り切れるカードが何枚あるのか調べるだけ。

87 直接に求めることが困難な (メンドウな) 場合、余事象 (否定) を考えて 1 から引く、というのはよくやる手段です。

(1) の場合、5 枚投げて少なくとも 1 枚が裏が出る、なので、まともにやれば (表, 裏) = (4, 1), (3, 2), (2, 3), (1, 4), (0, 5) のすべての場合を考えねばなりません、メンドウです。

「少なくとも 1 枚が裏が出る」の余事象は「裏が 1 枚も出ない」です。つまり、5 枚とも表が出る確率を求めて 1 から引けばよいのです。

(2) も同じく、6 の倍数になる確率を求めて 1 から引きます。

88 83 の延長上にある重要問題。しっかりと問題文を読んで、状況を正確に把握してください。

(1) は、赤球が 3 個のときと 4 個のときを求めて足します。赤玉が 3 個のとき、残りの 1 個は何色でもかまいませんね。

(2) は、4 個取り出して 3 色すべてが入っているということは、どれか 1 色は 2 個だということです。

(3) は、4 個取り出して玉の色が 2 色ということは、どれか 1 色は 2 個だということです。

言うまでもなく、全事象は  ${}_{12}C_4$  です。

89 余事象を考えます。

(1) の「3 個中少なくとも 2 個が等しい」の余事象は「3 個とも全部異なる」ということです。

(2) の「積が偶数」の余事象は「積が奇数」ということです。

むしろこの問題で大切なことは、問題文を見て「余事象を考えたほうがラクだな」と気づくかどうか、です。慣れてくれば、瞬時に「余事象が便利だ」と気づき、最初は、なかなか気づかないですね。常日頃から、余事象を考えるクセをつけておく必要があるでしょう。

90 「少なくとも 1 個は 1 の目が出る」という事象を A, 「出る目の和が奇数」という事象を B とすると、 $P(A \cup B)$  を求めるのが目的になります。当然ながら、重要公式

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

を使います。

$P(A \cap B)$  は「2個のうち少なくとも1個が1で、和が奇数」と言う意味です。2つのサイコロを区別していることを忘れないように。余事象で考えてもかまいません。余事象を考えるにあたり、『ド・モルガンの法則』を利用します。

『ド・モルガンの法則』とは

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\overline{A}) \cap P(\overline{B})$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\overline{A}) \cup P(\overline{B})$$

です。本問の場合、

$$\begin{aligned} P(A \cup B) &= 1 - P(\overline{A \cup B}) \\ &= 1 - \{P(\overline{A}) \cap P(\overline{B})\} \end{aligned}$$

$P(\overline{A}) \cap P(\overline{B})$  は「1が全く出なくて和が偶数になる」確率です。こっちの方が、やや楽かな？

91 だんだん複雑になってきました。しっかりと日本語の意味を考えてください。

まず(1)ですが、「1回目に1の目が出る」または「2回目に2の目が出る」または「3回目に3の目が出る」ということです。余事象を考えると「1回目に1の目が出ない」かつ「2回目に2の目が出ない」かつ「3回目に3の目が出ない」となります。これも『ドモルガンの法則』です。

むしろ(2)の方が考えやすいかも。「1回目に1以外、2回目に1と2以外、3回目に1と3以外が出る」ということですね。

92 (1) はベン図を書いて考えるだけです。

(2) は日本語の問題。「A と B のどちらか一方だけが起こる」とは「A だけが起こる」または「B だけが起こる」ということです。ベン図をイメージすると。例えば、A が起こる確率  $P(A)$  の中には、B が起こる場合も含まれています。なので、A だけが起こる確率は、「A が起こり、かつ、B が起こらない」と考え、記号  $P(A \cap \overline{B})$  で表されます。