第 2 章　空間のベクトル

5　位置ベクトル

☆この章のポイント☆
空間図形といえども，特定の面や断面だけに注目して考えれば単なる平面図形であるので，空間ベクトルも平面ベクトルも基本的に同じである．よって，平面ベクトルの場合と同じポイントが重要です．
① ベクトルの内分点・外分点の公式を覚えること．
② 三角形の重心をベクトル表示できる（始点が O と A の 2 種類の場合）．

113 私たちは 3 次元空間で生活しているにもかかわらず，空間図形を正確にイメージし分析することはなかなか難しいようです．したがって空間図形の問題は，空間のまま考えるのではなく，**特定の面や断面に注目して考える**のが基本であり，空間図形の諸性質を調べるのにもっとも有効なのがベクトルなのです．**ベクトルは空間図形の問題を解くためにある**といっても過言ではありません．本当にベクトルは素晴らしい．『平面ベクトルの』47 も見ておこう．

114 等式の証明問題であるので，等式証明のルールに従って解答しよう．ここでも**わけのわからんベクトルが出たら，自分にとって都合のよい始点にすりかえる**という基本に従うだけ．この問題の場合は，すべて始点を O にそろえるのがよいでしょう．『平面ベクトル』48 も見ておこう．

115 まずは自分でベクトルを設定しよう．始点をどこにおいて考えるのかは好みの分かれるところ．**基本的に始点はどこにおいても問題ないのですが**，僕なら始点を A におくかもね．やはりここでも図を正確に書いて， 特定の面や断面に注目してベクトルの分点公式用いればよいです．平行四辺形の条件は大丈夫でしょう？．

116 平面ベクトルでも述べましたが，**点が一致することを証明する問題こそ，ベクトルの真価が発揮される**，まさにベクトルサマサマな問題．点の一致が計算で証明できるなんて，なんて素晴らしいことなのでしょう！奇跡です．
前問と同様に始点をどこにおいて考えるのか好みの分かれるところですが，条件に合わせて O を始点にした位置ベクトルで考えるのが良いでしょう．まずは，DG，BH，CI，AJ を 3 : 1 に内分する点を K，L， M， N とでもおこう．示すべき目標は $\overrightarrow{\mathrm{OK}}=\overrightarrow{\mathrm{OL}}=\overrightarrow{\mathrm{OM}}=\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ です．やはりここでも図を正確に書いて， ある面や断面に注目してベクトルの分点公式用いればよい．『平面ベクトル』49 や 51 も見ておこう．
犬プリでも解説してあります．

117 重要な問題です．基本的な手法は『平面ベクトル』例題 5 や 54 と同じです．まずは四面体の頂点（例えば A）を始点にすりかえて，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=$ の形に変形するのですが，空間図形なので，この式を見てもなかなかイメージがつかめないと思います．次の章で学習する，

☆超重要☆
点 P が平面 ABC 上に存在するとき，
$$\overrightarrow{\mathrm{CP}}=s\overrightarrow{\mathrm{CA}}+t\overrightarrow{\mathrm{CB}}$$
となる実数 s， t が存在する．
この式を O を始点に変形すると，
$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}+u\overrightarrow{\mathrm{OC}},\quad s+t+u=1$$
が成立する．

を利用します．問題の式を $\overrightarrow{\mathrm{AP}}=$ の形に変形すると，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{3}{16}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{4}{16}\overrightarrow{\mathrm{AC}}+\frac{8}{16}\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ となります．これらの係数を全部足すと $\frac{15}{16}$ であり 1 になりません．ということは，**点 P は平面 BCD 上には存在しない**ということ．しかし，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を適当に延び縮みさせれば（つまり係数の和が 1 になるように何倍かして

調整すれば）平面 BCD 上に乗せることができます．このときの平面 BCD との交点を F とおきます．あとは，この F が △BCD 上でどのような位置にあるのかを検証するだけ．

『平面ベクトル』例題 5 や $\boxed{54}$ と同じように，**自分にとって都合の良いように式を勝手に変形・解釈する**という手法です．
犬プリでも詳しく解説してあります．