第1章　平面上のベクトル

第1節　平面上のベクトルとその演算

3　ベクトルの成分

① ベクトルの成分表示の意味を理解し，和，差，実数倍の計算ができる．

$\vec{a}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}r\\s\end{pmatrix}$ のとき，

$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}r\\s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p+r\\q+s\end{pmatrix}$$

$$\vec{a}-\vec{b}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}r\\s\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}p-r\\q-s\end{pmatrix}$$

$$k\vec{a}=k\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}kp\\kq\end{pmatrix}$$

② 成分表示されたベクトルの大きさを求めることができる．

$\vec{a}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$ のとき，

$$|\vec{a}|=\sqrt{p^2+q^2}$$

③ 成分表示されたベクトルの平行条件を理解する．

$$\vec{a}\text{と}\vec{b}\text{が平行}\iff\vec{a}=k\vec{b}\text{と表せる．}$$

つまり，

$$\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}=k\begin{pmatrix}r\\s\end{pmatrix}\iff\begin{cases}p=kr\\q=ks\end{cases}$$

を満たす実数 k が存在することである．

$\boxed{13}$ **ベクトルの成分表示とは，全員が同じベクトルを共有することができるようになるために導入された概念**です．単に「座標と同じ」ではない．だから，僕は座標と区別するために，ベクトルは縦書きを推奨しているのです．

$\boxed{14}$ 前問のように成分表示を定義したからこそ、このような計算が可能なのです．そうでしょう？

$\boxed{15}$ **任意のベクトルは，1 次独立な 2 つのベクトル $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を用いて，$s\vec{a}+t\vec{b}$ の形に必ず表現できる**という有名事実を用います．このことは，**どんなベクトルも $\vec{a}$ と $\vec{b}$ を適当に伸び縮みさせれば，平行四辺形の対角線にできる**ことを意味しています．この考えは非常に重要な考えです．
つまり，この問題は，$\vec{p}$ や $\vec{q}$ を，上のように $s\vec{a}+t\vec{b}$ とおいて，成分を比較して s と t を求めることになります．

$\boxed{16}$ 成分表示における平行条件とは？　**成分表示を縦書きにするありがたみを感じろ**と僕が授業で言ったでしょう？ヒントは分数の約分の感覚．

$\boxed{17}$ ここでも**わけのわからんベクトルが出たら，自分にとって都合のよい始点にすりかえる**という方法をとります．ベクトルを成分表示すると，必然的に始点が O になるから，この問題は始点を O にそろえるのがよいでしょう．

$\boxed{18}$ (1) は，成分表示の平行条件に当てはまっていることを示すだけ．
(2) は，平行四辺形の条件に当てはまっていることを示すだけ．

$\boxed{19}$ まずは連立 1 次方程式を解く要領で，$\vec{x}$ と $\vec{y}$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ で表します．あとは単なる成分計算です．

$\boxed{20}$ 問題文には「平行四辺形 ABCD」とは書いていません．単なる「平行四辺形」です．ということは，答えは 1 つとは限りません．

$\boxed{21}$ まずは $\vec{a}+3\vec{b}$ と $\vec{b}-\vec{a}$ を成分表示し，ベクトルの成分表示の平行条件を用います．

$\boxed{22}$ まずは，$\vec{x}=\begin{pmatrix}p\\q\end{pmatrix}$ とおこう．それから $\vec{x}-\vec{b}$ と $\vec{x}+\vec{b}$ をそれぞれ成分表示し，ベクトルの成分表示の平行条件を用います．平行条件はこれまで何度も出ているから大丈夫ですね．大きさも計算できます．

$\boxed{23}$ 例題 2 と全く同様．まずは各自で例題 2 を熟読しよう．そうすれば，この問題はできるはず．要するに，$\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ を成分表示して，絶対値の 2 乗を計算したら t の 2 次関数になるということ．平方完成など数学 I の知識が必要です．
なお，図形的に解釈すれば，後で学習する内積の考えを利用することも可能ですが，あまり大差はありません．