

第3章 数列

1 数列

▷Point◁

- ① 数列の規則性を把握する。
 ② n 番目の数を n の式で表すこと、つまり一般項 a_n を n の関数だということ。

149 一般項とは n 番目の数を n の式で表したものです。つまり n の関数だということが重要。 n に 1, 2, 3, 4, 5 を順番に代入すれば、初項 a_1 から第 5 項 a_5 までが得られます。

150 数列には何らかの規則性があります。その規則性を見つけて (予想して) 一般項を求める (つまり n 番目の数を n の式で表す) のです。ここでは、等差数列やら等比数列の公式を用いるのではなく、あくまでも推定せよ (つまり予想せよ) ということなのでパズル感覚で楽しもう。一般項が予想できたら、必ず $n = 1, 2, \dots$ を代入して、一致しているか確認すること。

151 規則性があることはなんとなくわかるが、なかなか式で表せないのではないのでしょうか。ポイントは、変化している箇所だけに注目することと全体の規則性のバランスを考えて適当な数を補って考えることです。

(1) は、当然、 $25 = 5^2$, $9 = 3^2$, $1 = 1^2$

と考えて、変化している箇所、

$$2n-1, 2n-3, 2n-5, \dots, 5, 3, 1$$

に注目します。この数列の k 番目を k の式で表せということですが、次に学習する等差数列の知識があったほうが考えやすいでしょう。つまり、初項 $2n-1$ 、公差 -2 の等差数列の第 k 項を求めればよいのです。

(2) は、問題集のヒントのとおり、初項を $\sqrt{n} = 1\sqrt{n}$ 、末項を $n = n\sqrt{1}$ と数字を補って考えます。でないと、バランスが悪いでしょう。

$$1\sqrt{n}, 2\sqrt{n-1}, 3\sqrt{n-2}, \dots, (n-1)\sqrt{2}, n\sqrt{1}$$

まず、 $\sqrt{\quad}$ の前の数字だけに注目すると、

$$1, 2, 3, \dots, (n-1), n$$

次に $\sqrt{\quad}$ 部分にだけ注目すると、

$$\sqrt{n}, \sqrt{n-1}, \sqrt{n-2}, \dots, \sqrt{2}, \sqrt{1}$$

それぞれの数列の k 番目を k の式で表し、合体させればよいのです。(1) と同じく次に学習する等差数列の知識があったほうが考えやすいかもしれません。

しかし、等差数列の公式を知らなかったら、どう対応すればよいのでしょうか。実は「等差数列の公式を使わずに求めよ」というのがこの問題の本当の狙いです。とりあえず、まずは公式を使ってスパッと求めてから、あらためて考え直しても良いのでは？。