第 1 章　平面上のベクトル
第 2 節　ベクトルと平面図形
5　位置ベクトル

☆この章のポイント☆
位置ベクトルとは，原点 O を始点に考えたときのベクトルのことで，あんまり特に意識する必要はない．それよりも，次の 3 点を最重要ポイントとして抑えておきたい．
① ベクトルの内分点・外分点の公式を覚えること．
線分 AB を $m:n$ に内分する点を P とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{n\overrightarrow{\mathrm{OA}}+m\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{m+n}$$

線分 AB を $m:n$ に外分する点を P とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\frac{-n\overrightarrow{\mathrm{OA}}+m\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{m-n}$$

※内分点の n を $-n$ に入れ替えただけである．
② 三角形の重心をベクトル表示できる (始点が O と A の 2 種類の場合).
△ABC の重心を G とすると，

$$\overrightarrow{\mathrm{AG}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}}{3}$$

これを始点を O に換えると，

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}}=\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3}$$

となる．
③ 点が一致する証明ことの証明方法をマスターする．

2 点 A, B が一致する $\Longleftrightarrow \overrightarrow{\mathrm{OA}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$が成立する

46　A($\vec{a}$) という表記は, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$ という意味. だからこの問題は, $\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$,　$\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ を用いて各ベクトルを表現せよというもの．(1) の，点 M, N, D, E, G の位置ベクトルとは，$\overrightarrow{\mathrm{OM}}$, $\overrightarrow{\mathrm{ON}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OD}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OE}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ のこと．いずれにしても，図を正確に書いて，ベクトルの分点公式用いること．重心のベクトルは常識です．
わけのわからんベクトルが出たら，自分にとって都合のよい始点にすりかえるというのは，ベクトルの問題を解く上で，もっとも基本的かつ重要な方法です．位置ベクトルとは，O を始点としたベクトルのことなので，この問題の場合は，すべて始点を O にそろえるのがよいでしょう．

47　上の問題に同じ．図を正確に書いて (特に内分点，外分点を間違わないこと) ベクトルの分点公式用います．ここでも重心のベクトルは常識.
わけのわからんベクトルが出たら，自分にとって都合のよい始点にすりかえるというのは，ベクトルの問題を解く上で，もっとも基本的かつ重要な方法です．この問題の場合は，すべて始点を A にそろえるのがよいでしょう．

48　このあたりから，始点をどこにおいて考えるのか好みの分かれるところ．基本的に始点はどこにおいても問題ないのですが，僕なら始点を O におくかもね．やはりここでもわけのわからんベクトルが出たら，自分にとって都合のよい始点にすりかえることがポイント．図を正確に書いて，落ち着いてベクトルの分点公式を用いよう．

49　このように点が一致することを証明する問題がまさにベクトルサマサマな問題といえます．△LNQ の重心を G_1，△MPR の重心を G_2 とすると，$\overrightarrow{OG_1}=\overrightarrow{OG_2}$ となることを示せばよいのです．
ベクトルを用いずに点が一致することを証明するのは，かなり難しく，ほぼ不可能に近いように思います．ポイントは，① まずは自分でベクトルを設定すること (どこを始点におくべきか？) ② 何を示せばよいのか目標をはっきりさせることです．

50　まず，内心とはどういう点なのか (どうやって作図するのか) を思い出そう．当然，角の

2 等分の辺の比の性質を利用することになります (何のことだかわかる？). つまり, $\angle$A の 2 等分線と辺 BC の交点を D とすると, AB : AC = BD : BC が成立. よって $\overrightarrow{AD}$ が分かります. また, 内心を I とすると, BI も $\angle$B の 2 等分線なので, AI : ID もわかります. ということは, $\overrightarrow{AI}$ は $\overrightarrow{AD}$ をどれだけ縮めたものかが分かります.

$\boxed{51}$ $\boxed{49}$同様, ベクトルサマサマの問題. $\boxed{49}$と違うのは, 3 つの点の一致を示すところくらいでしょう. **① まずは自分でベクトルを設定すること (どこを始点におくべきか？) ② 何を示せばよいのか目標をはっきりさせること**. では始点をどこにおくか. とりあえず, A_1A_2 の中点を A_3 などとおいて, A_3 の位置ベクトルを計算しよう.

$\boxed{52}$ **わけのわからんベクトルが出たら, 自分にとって都合のよい始点にすりかえる**という鉄則に従いましょう. 点 P にあまり気を取られずに, そのまま計算を進めてほしい. なお, 等式の証明なので, 証明のルールに従うこと.「(左辺) − (右辺) = $\overrightarrow{0}$」を示すか,「(左辺) = ⋯ = ⋯」「(右辺) = ⋯ = ⋯」として両者が一致することを示すか. まあ, 要領よく計算すれば, もっと簡単に証明できるけどね.

$\boxed{53}$ 重要な問題. △ABC に対して, 点 P の位置を調べる問題では, 三角形の頂点の一つを始点におくのがベスト. 例えば, 始点を A にそろえ, $\overrightarrow{AP}$ = の形に変形し, 出てきた式 ($\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ で表現されているはず) の形を見て, 点 P の位置を読みとること. そのためには分点公式をしっかりと理解しておく必要があります.

$\boxed{54}$ 重要な問題. まずは, 上の例題 5 を熟読しよう. 基本的な手法は$\boxed{53}$と同じです. △ABC に対して, 点 P の位置を調べる問題では, 三角形の頂点の一つを始点におくのがベスト. 例えば, 始点を A にそろえ, $\overrightarrow{AP}$ = の形に変形し, 出てきた式 ($\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ で表現されているはず) の形を見て, 点 P の位置を読みとること. そのためには分点公式をしっかりと理解しておく必要があります.