第1章　平面上のベクトル
第2節　ベクトルと平面図形
7　ベクトル方程式

☆ベクトル方程式の基本理念☆
① 図形を点の集まりだと考える.
② 図形の特徴を意識しながら，それらの点に共通する性質を考える.
③ その性質をベクトルを用いて表現する.
⟶ 具体的には，図形上の点を P とおいて，P の位置ベクトルつまり $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ についての式をつくることになる (このことは問題文に書いてあることが多い).

70 ベクトル方程式の基本問題．直線上の点を P(x, y) として，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ とおきます．媒介変数 t を用いて，

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=$ (通る点の位置ベクトル)$+t$(方向ベクトル)

とします．これが直線のベクトル方程式です．この式の意味は授業中に説明しています (t は目盛りのようなモノって言いました).
その後で t を消去し，x と y だけの式をつくればよいのです．ベクトルは縦書きで頼みます.

71 同じくベクトル方程式の基本問題．直線上の点を P(x, y) とし，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ とおきます．媒介変数 t を用いて，

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=$ (通る点の位置ベクトル)$+t$(方向ベクトル)

とします．この問題における方向ベクトルとは，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ または $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ のこと．まずは，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ または $\overrightarrow{\mathrm{BA}}$ を成分表示する必要がありますね.
つまり，**人によっては式の形が異なる可能性があります**が全く問題ありません.
なお，通る点の位置ベクトルは $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ または $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ です.

72 法線ベクトルと方向ベクトルは全く異なる概念です．**法線ベクトルの場合は t を媒介変数として用いる表現方法は存在しません.** よって，全く違う方法をとる必要があります．ヒントは直線上の点を P(x, y) とおき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ とおきます．**直線上の任意のベクトルは常に法線ベクトルに垂直である**という有名事実を利用します．この場合，A を通る直線だから，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}\cdot$(法線ベクトル) $=0$ ですね.

73 (1) は通る点と方向ベクトルがわかるから $\boxed{71}$ の要領で，(2) は通る点と法線ベクトルがわかるから $\boxed{72}$ の要領でやってください.
最終的には媒介変数 t を消去した x と y だけの式で答えよう.
「ベクトルを利用して」という但し書きがなければ中学生レベルの楽勝問題ですね.

74 これも，「ベクトルを利用して」という但し書きがなければなんでもない問題.
(1)〜(3) は円上の点を P(x, y) とし，具体的には $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ とおいて，円の性質を意識しながら $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ について式 (つまり，これが円のベクトル方程式) を立てよう．その後，x と y の式に変形する (これが通常の円の方程式)．変形の仕方も犬プリにチラッと書いたけど…わかるだろうか．(4) は法線ベクトルの話．$\boxed{72}$ を参照のこと.

75 重心の性質をフルに利用する問題．特に辺の比を意識しよう．例えば，3 点 A，G，M は同一直線上にあり，AG : GM $=2:1$ だから，$\overrightarrow{\mathrm{GA}}=-2\overrightarrow{\mathrm{GM}}$ などなど．ベクトル方程式の基本と，**わけのわからんベクトルが出たら，自分にとって都合のよい始点にすりかえる**という定番の手法を用いるだけです．この問題は G を始点にとっているのでそれにあわせますが，重心 G を始点にとるなんて不自然極まりないですね．＊印もないし，正直どーでもよい問題．別にやらなくても良いでしょう.

$\boxed{76}$ ＊印はないが，メチャメチャ重要な問題．これは絶対にやっとこう．**直線の媒介変数表示はまさにこんな問題のためにある**のです．犬プリでも取り上げました．

$\boxed{77}$ 楽しい塗り絵大会．楽しく塗り絵しよう．あっ，でも (1) は塗り絵と違うわ．塗り線やわ．(2) は塗り絵．授業のノートを見なさい．ますは $s+t=1$ の場合をしっかりと理解すること．

$\boxed{78}$ 実は (1) が一番難しい．でも (2)〜(4) は定番なので必ずできてほしい．これも授業で説明しました．ノートを見よう．で，(1) だが，ポイントは s と t **はそれぞれ独立に変化する**ということ（つまり $s+t=1$ のような s と t との間の関係式がないということ）です．2 つの文字が独立に変化する場合の考え方の基本は，**一方を固定して他方を動かし，次に残りの文字を動かす**というもの (1 文字固定法)．たとえば，$s=\dfrac{1}{2}$ と固定して，t を 1 から 3 まで動かしてみよう．次に，$s=\dfrac{1}{3}$ と固定して，t を 1 から 3 まで動かしてみよう．このことを繰り返せば，$0 \leqq s \leqq 1$, $1 \leqq t \leqq 3$ と変化する場合の存在範囲はわかるでしょう．上の例題 8(1) を参照してください．

$\boxed{79}$ **2 直線のなす角は，2 直線の方向ベクトルのなす角，または 2 直線の法線ベクトルのなす角に等しくなります**．直線の式を見て，一発ですぐにわかるのは法線ベクトル．だから，法線ベクトルのなす角を求めるのです．なす角の求め方は当然，内積を利用します．$\boxed{27}$ 参照のこと．

$\boxed{80}$ **直線の方程式は，（通る点）と（方向ベクトル），あるいは，（通る点）と（法線ベクトル）がわかれば式を立てることができます** ($\boxed{70}$ と $\boxed{72}$ を思い出せ)．この問題は，法線ベクトルが既に分かっているのであとは通る点さえ分かれば良いです．　まずは図を描いてみよう．法線ベクトルが $\begin{pmatrix}-1\\ \sqrt{3}\end{pmatrix}$ で，原点からの距離が 4 の直線は 2 本あります．ちなみに，法線ベクトルが $\begin{pmatrix}-1\\ \sqrt{3}\end{pmatrix}$ の長さが 2 であることも強力なヒント．通る点がすぐにわかりますよね．

$\boxed{81}$ この問題は全て犬プリで解説してあります．そちらを参照してください．なお，垂直 2 等分線のベクトル方程式は，僕の方法が良いと思う．4STEP の書き方はよくわからないですね．

$\boxed{82}$ この問題も犬プリで解説してあります．そちらを参照してください．なお，犬プリにも紹介しましたが，ベクトル方程式の手法によらない成分表示の計算方法も見ておいてください．つまり，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ とおいて，x と y だけの式をつくろう．

$\boxed{83}$ (1) も犬プリで解説してあるので，そちらを参照してください．(2) は，左辺の内積 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{p}$ を内積の定義に従って変形するだけ．すると，$\cos\theta=\dfrac{1}{2}$ が出てきます．ところで，この θ ってなに？

$\boxed{84}$ $\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|}$ は，ベクトルをその大きさで割った形，すなわち単位ベクトルです ($\boxed{6}$ 参照)．よって，$\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|}$ と $\dfrac{\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|}$ は，向きは違いますが，ともに長さの 1 の単位ベクトルなのです．この問題のヒントは**図の中にひし形を見出すこと**．ひし形とは，4 辺の長さがすべて等しい平行四辺形のことで，対角線は角の 2 等分線になっています．裏の解答はよくわかりません．まあ丁寧に図を書いて説明すれば十分でしょう．(2) は (1) の結果をそのまま利用するだけ．$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ とおいて，媒介変数 t 消去し，x と y だけの式をつくればよいでしょう．