

AKG40～関数のカタログ～

4STEP 問題集の「増減を調べよ」とか「極値を求めよ」とか「最大値、最小値を求めよ」という問題の解答には、肝心のグラフが全く書かれていません(一部のずる賢い人が持っている別冊の模範解答でさえも、です)。これらの問題では、グラフをきっちり書くことが重要で、グラフさえ書けば増減や極値、最大値、最小値も「見れば分かるでしょ」で終わる話です。

このプリントでは、これらの問題のグラフ 40 個をシルエットでお楽しみいただきます。いわゆる『AKG40～関数のカタログ～』。メモリや極値、漸近線など全く記載されていませんので、自分で微分して増減表を書いて、必要な値を図に書き込んでください(地理の白地図みたいなもんですね)。きっちり取り組めば、とてもチカラがつくと思いますよ。

☞注 AKG40 とは「あっと驚く関数のグラフ (Attoodoroku-Kansuuno-Graph)40 個」の略。

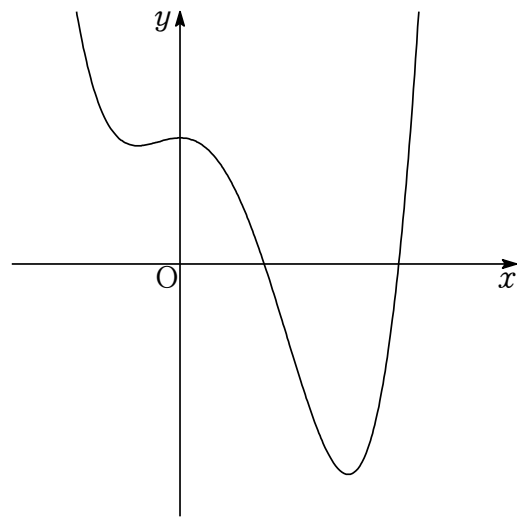
本来は、微分して増減表を書いてから、その増減表に基づいてグラフを書くのが大原則ですが、僕は勉強の初期段階においては(慣れるまでは)、最初にグラフの概形を眺めてから、実際に計算して確認する勉強方法もありだと思っています。なかなか最初から、こんなグラフは書けないですよ。

それにしても、なんでこんな形になるのか、不思議ではありませんか？

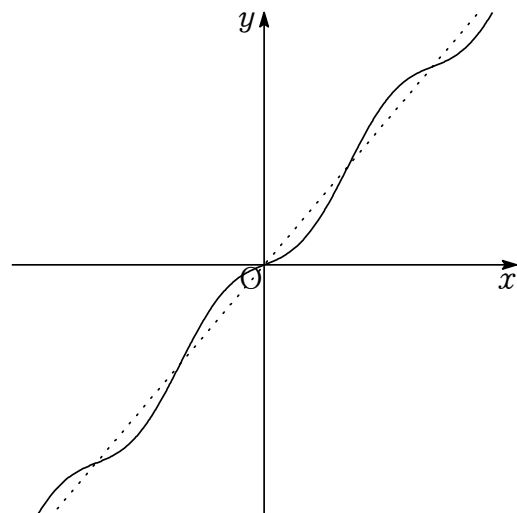
君はこれらのグラフを見て、「難しそう」と感じますか？ それとも「面白そう」と感じますか？

以前に配ったプリント『数学がデキルための極意』で紹介したように、「へ～っ、すごいなあ。なんでこんな形になるのかなあ」「なんかようわからんけど、おもしろい形しとるなあ」と感動する気持ちが大切だと思います。ただただ驚きながら眺めるだけでも楽しいではありませんか。目で見て楽しみましようね。

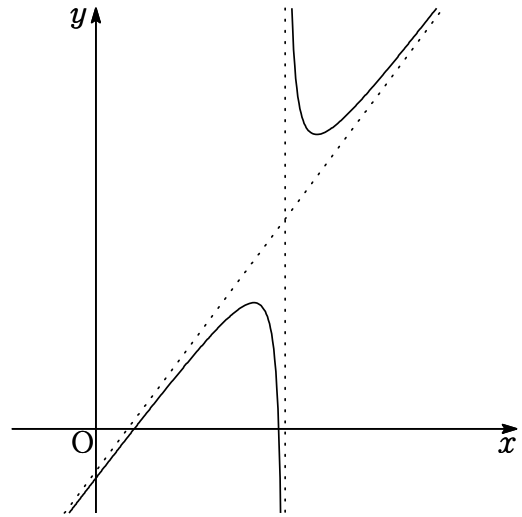
$$317(1) \quad y = x^4 - 2x^3 - 2x^2 + 3$$



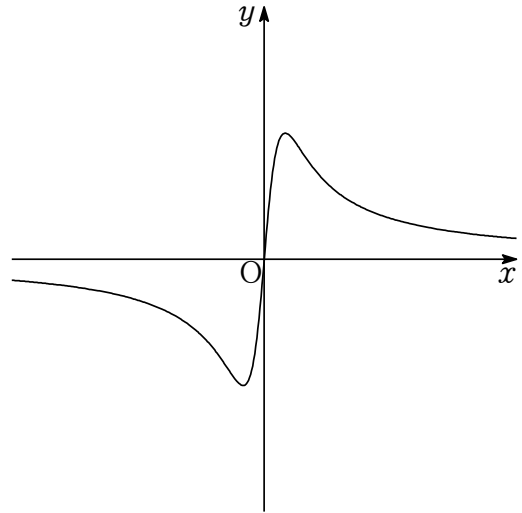
$$317(2) \quad y = 3x - 2 \sin x$$



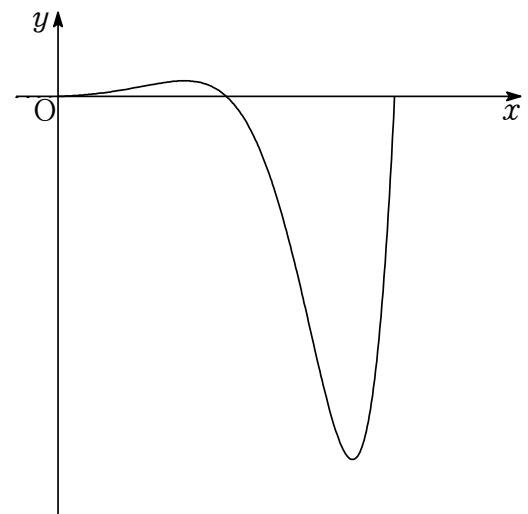
$$317(3) \quad y = x - 1 + \frac{1}{x-6}$$



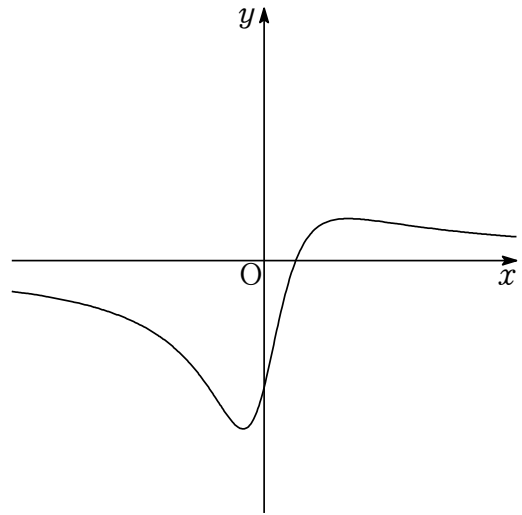
$$317(4) \quad y = \frac{2x}{x^2 + 1}$$



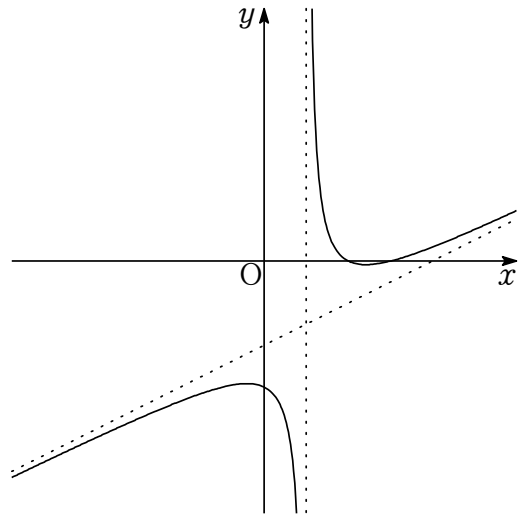
$$317(5) \quad y = e^x \sin x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$



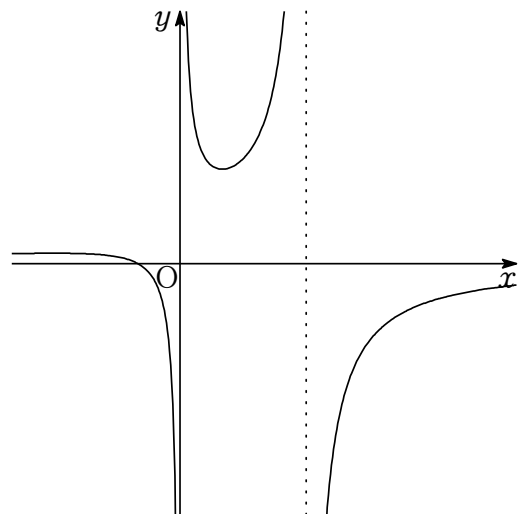
$$318(1) \quad y = \frac{2x-3}{x^2+4}$$



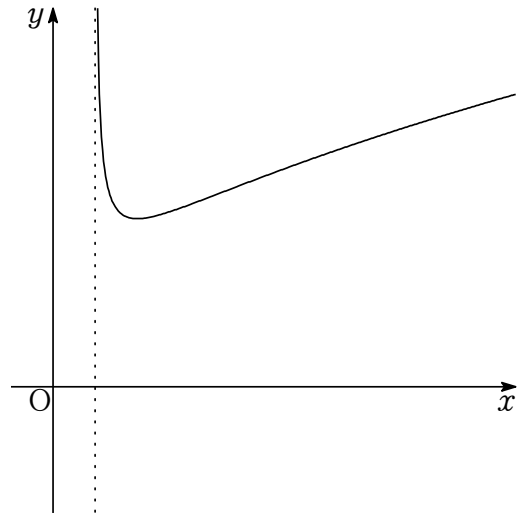
$$318(2) \quad y = \frac{x^2-5x+6}{x-1}$$



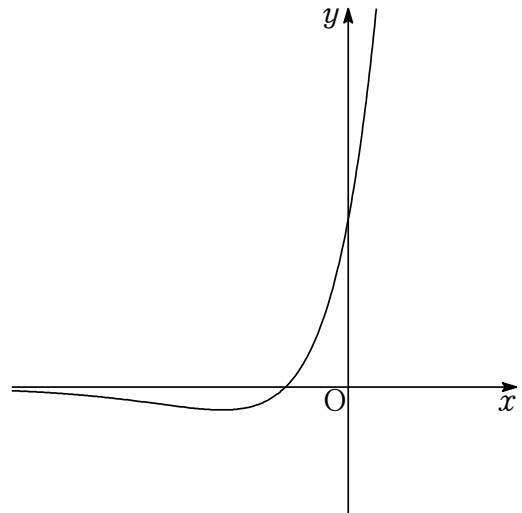
$$318(3) \quad y = \frac{1}{x} - \frac{4}{x-1}$$



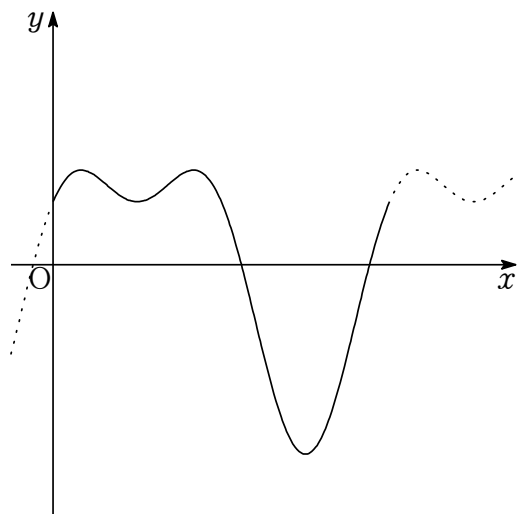
$$318(4) \quad y = \frac{x}{\sqrt{x-1}}$$



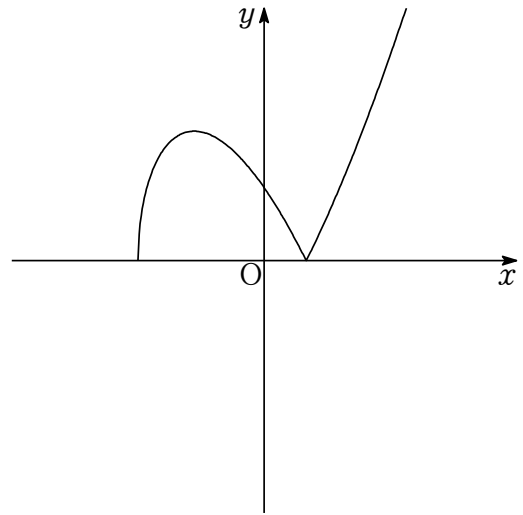
$$318(5) \quad y = (x+1)e^x$$



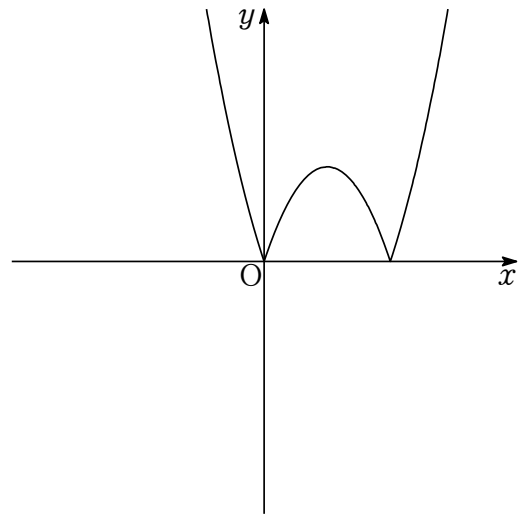
$$318(6) \quad y = 2 \sin x + \cos 2x$$
$$(0 \leq x \leq 2\pi)$$



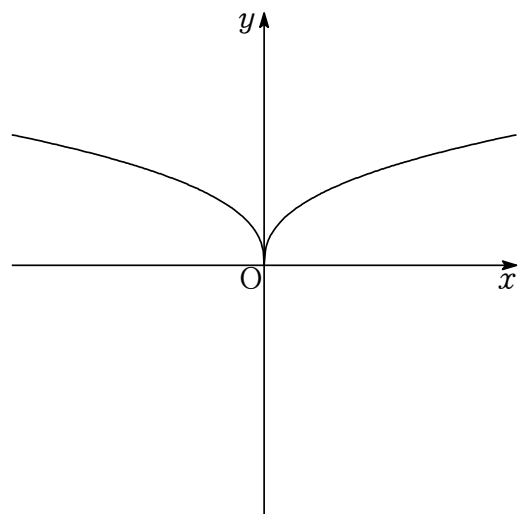
$$319(1) \quad y = |x - 1|\sqrt{x + 3}$$



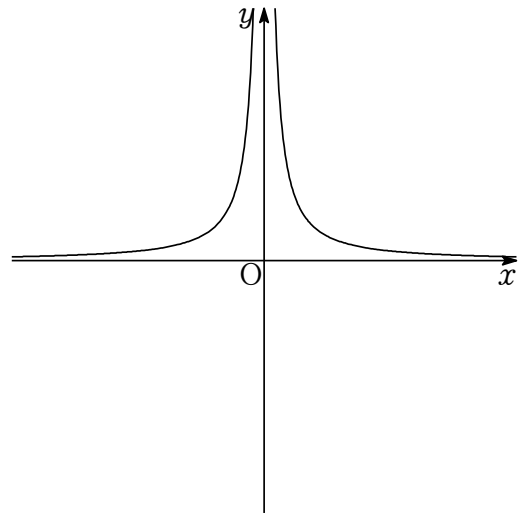
$$319(2) \quad y = |x^2 - 3x|$$



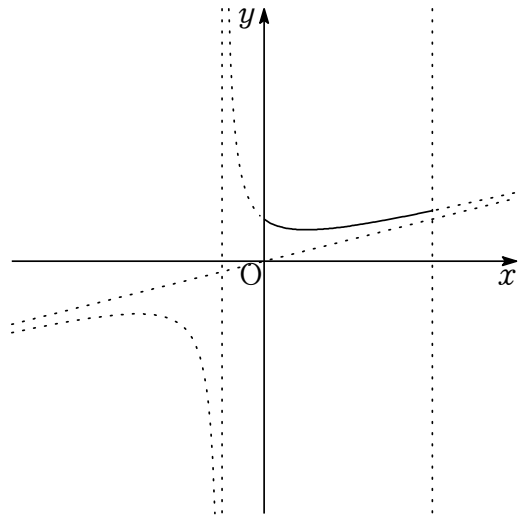
$$319(3) \quad y = \sqrt[5]{x^2}$$



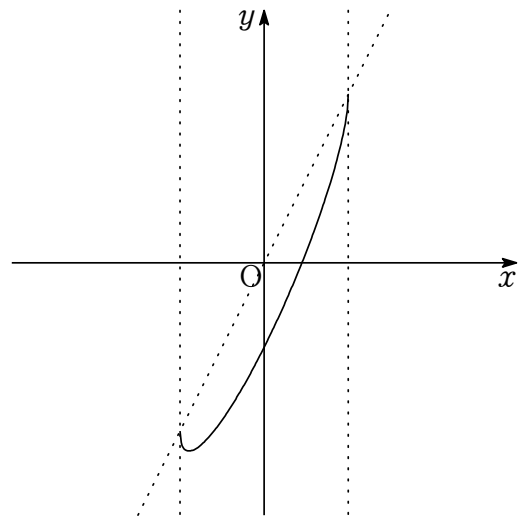
$$\boxed{319}(4) \quad y = \frac{1}{x\sqrt[3]{x}}$$



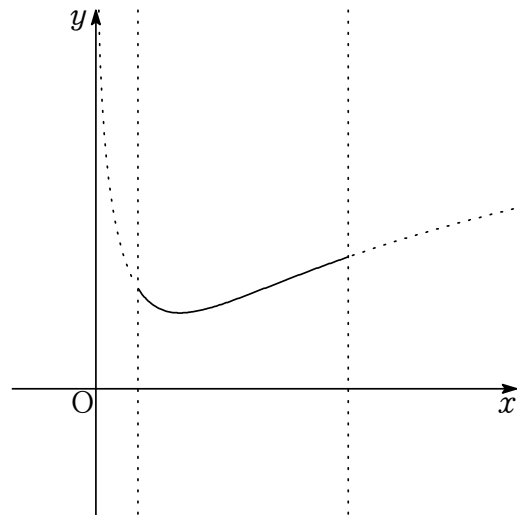
$$\boxed{320}(1) \quad y = \frac{x}{4} + \frac{1}{x+1} \quad (0 \leq x \leq 4)$$



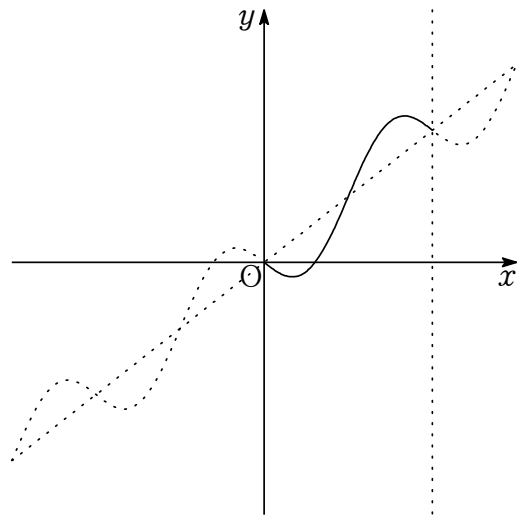
$$\boxed{320}(2) \quad y = 2x - \sqrt{1-x^2}$$



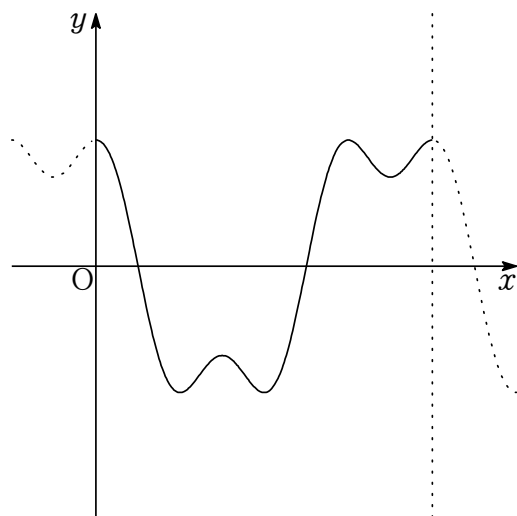
$$\boxed{320}(3) \quad y = \log(x^2 + 1) - \log x$$
$$\left(\frac{1}{2} \leq x \leq 3\right)$$



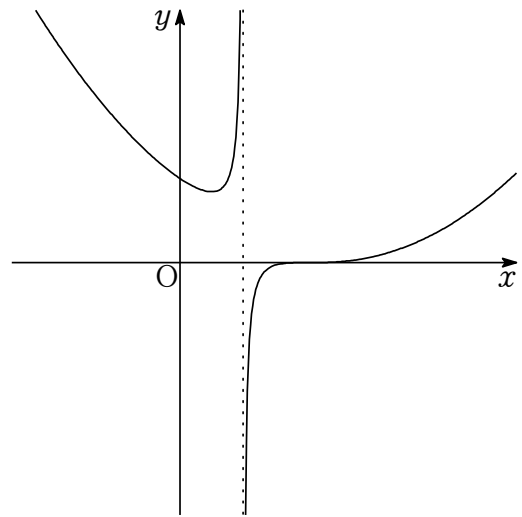
$$\boxed{320}(4) \quad y = x - 2 \sin x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$



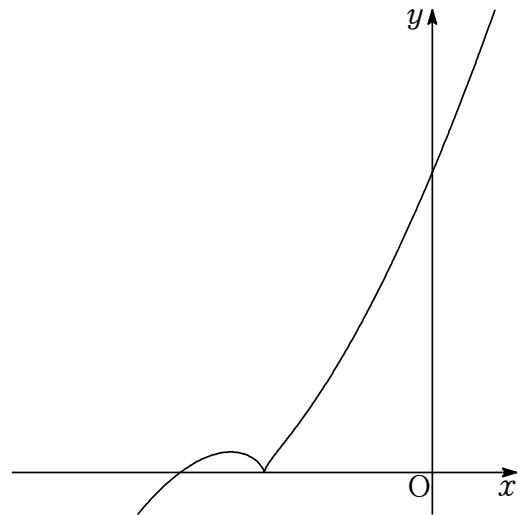
$$\boxed{320}(5) \quad y = \cos^3 x - \sin^3 x \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$



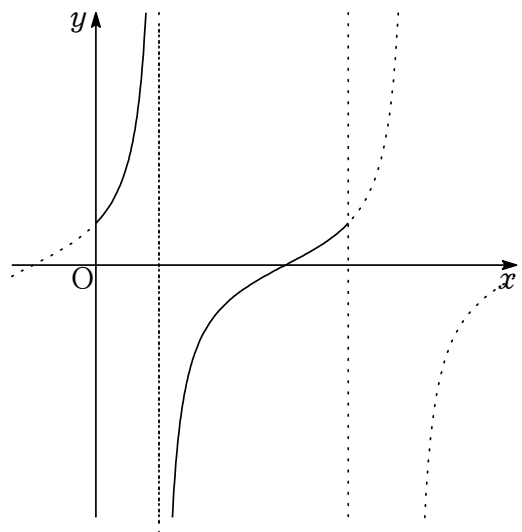
$$\boxed{321} (1) \quad y = \frac{(1-x)^3}{1-2x}$$



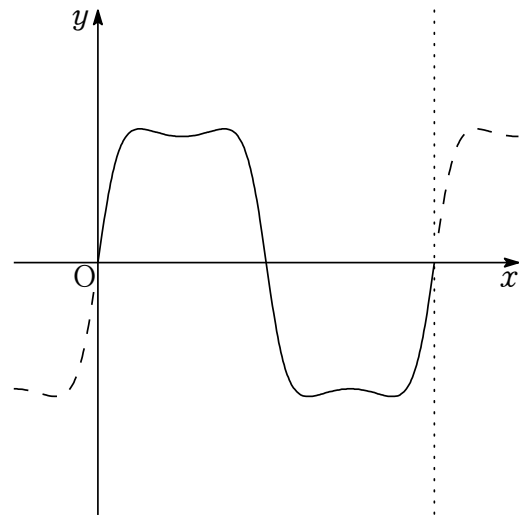
$$\boxed{321} (2) \quad y = (x+3) \sqrt[3]{(x+2)^2}$$



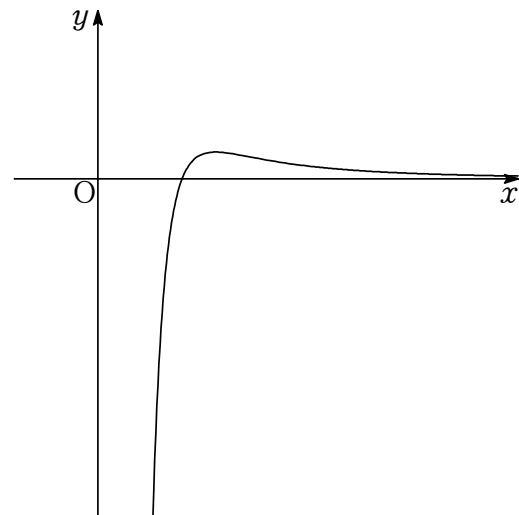
$$\boxed{321} (3) \quad y = \frac{\cos x}{1 - \sin x} \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$



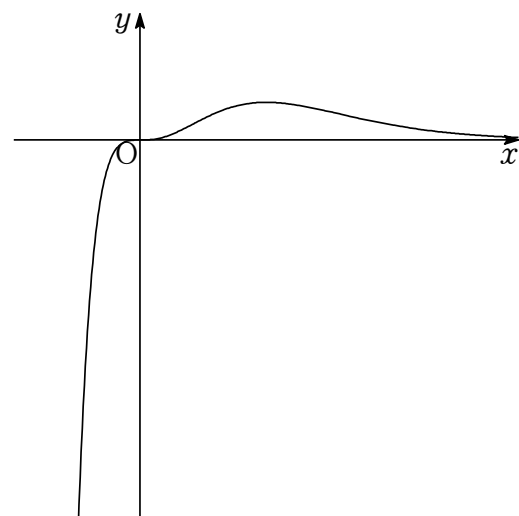
$$\boxed{321}(4) \quad y = \frac{\sin x}{1 + 2\sin^2 x} \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$



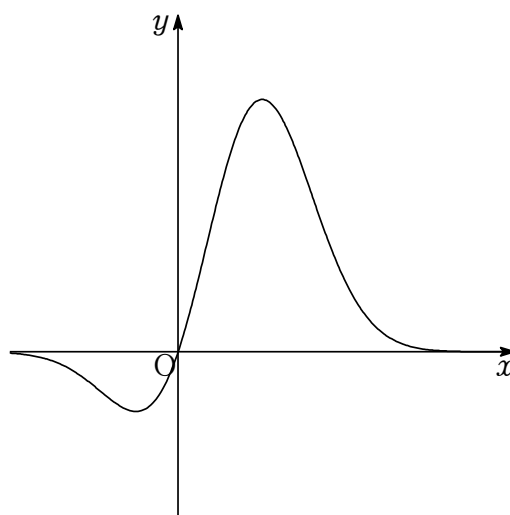
$$\boxed{321}(5) \quad y = \frac{\log x}{x^2}$$



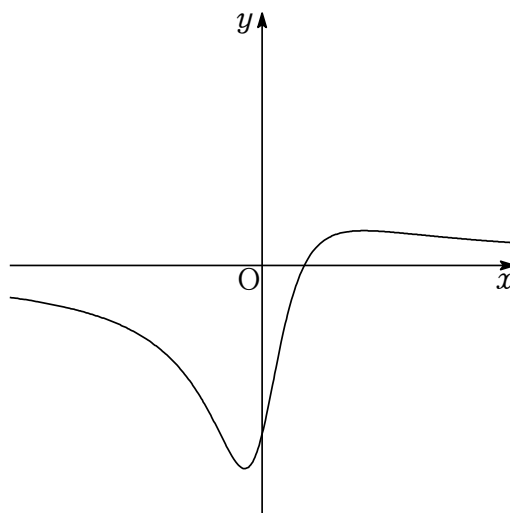
$$\boxed{321}(6) \quad y = x^3 e^{-3x}$$



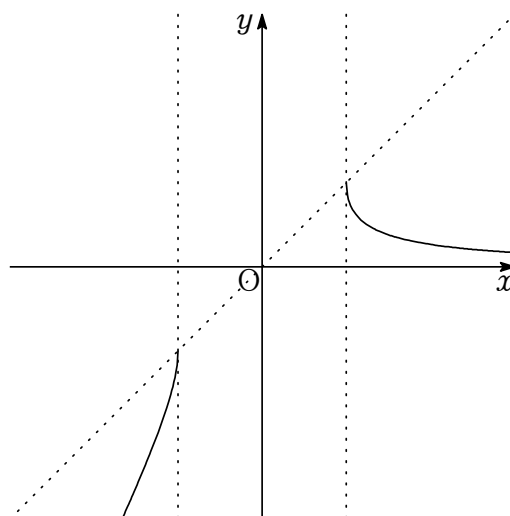
$$323(1) \quad y = xe^{-x^2+x}$$



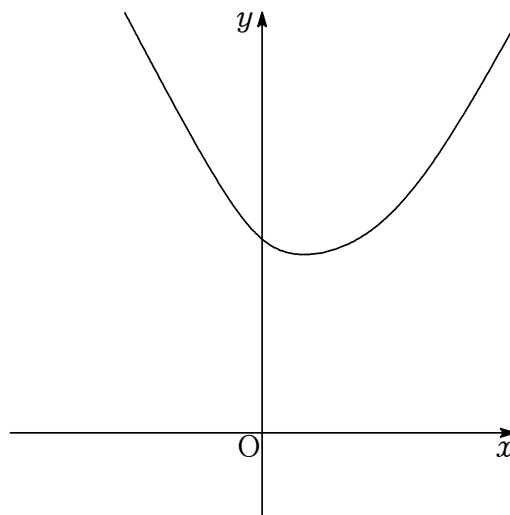
$$326(1) \quad y = \frac{x-1}{x^2+1}$$



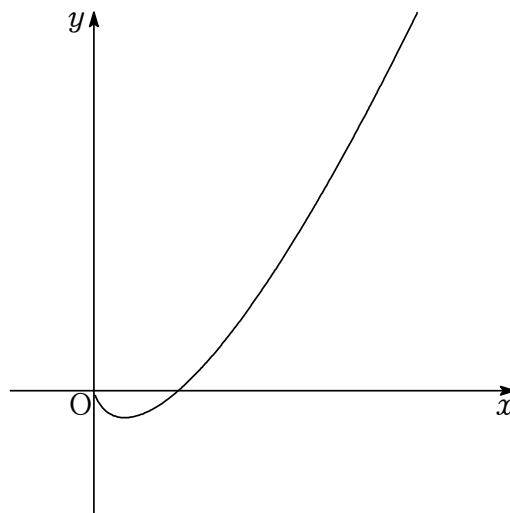
$$326(2) \quad y = x - \sqrt{x^2-1}$$



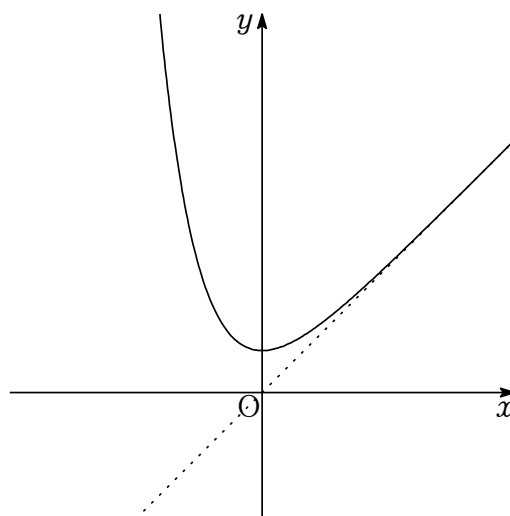
$$326(3) \quad y = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(x - 3)^2 + 4}$$



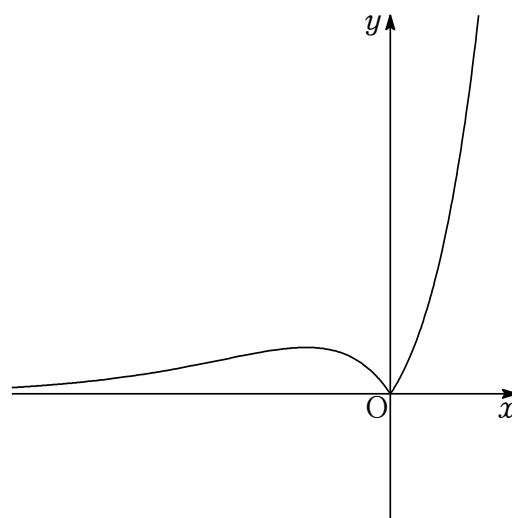
$$326(4) \quad y = x \log x$$



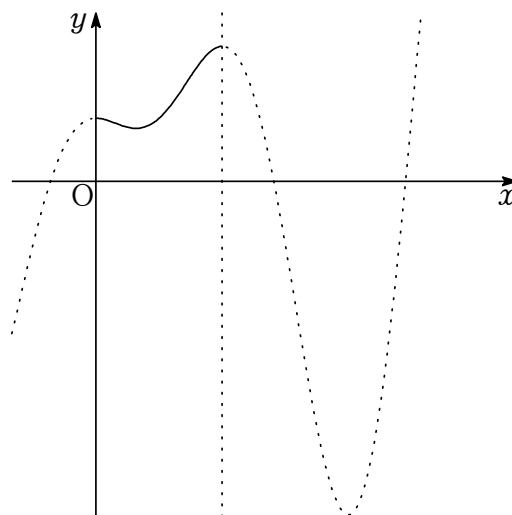
$$326(5) \quad y = x + e^{-x}$$



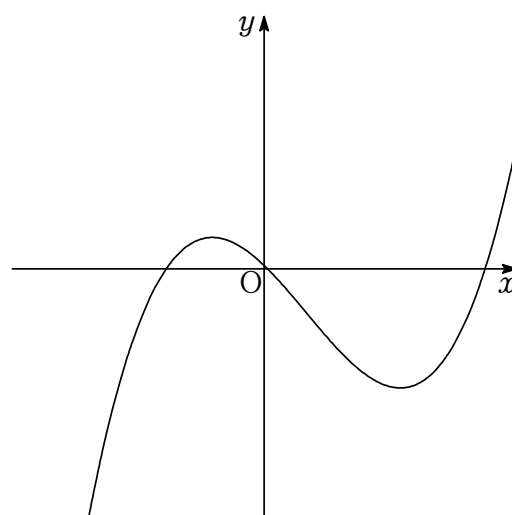
$$\boxed{326} (6) \quad y = |x|e^x$$



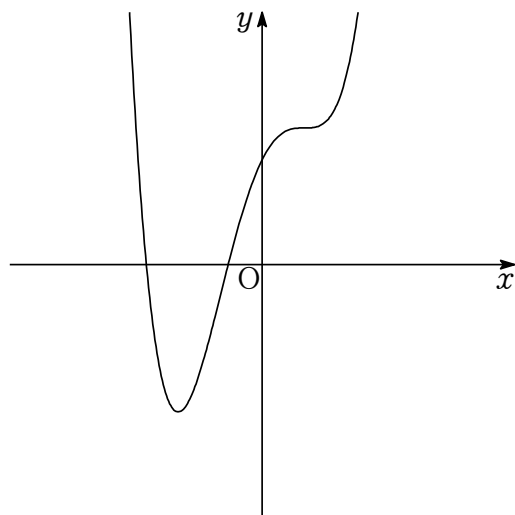
$$\boxed{326} (7) \quad y = (1-x)\cos x + \sin x$$
$$(0 \leq x \leq \pi)$$



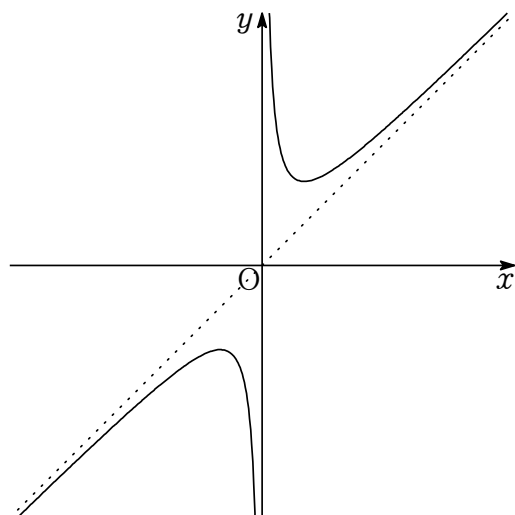
$$\boxed{333} (1) \quad y = x^3 - 3x^2 - 12x + 1$$



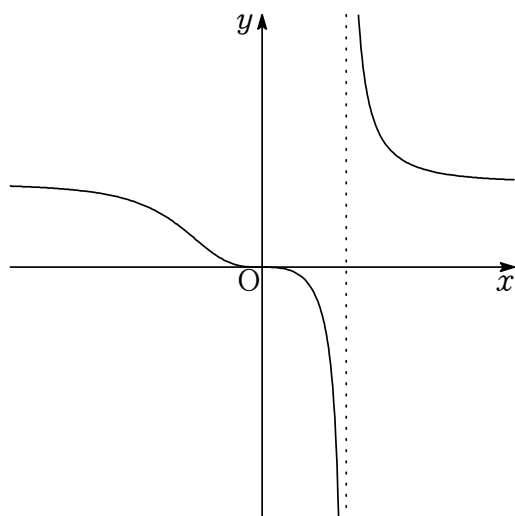
$$333(2) \quad y = x^4 - 6x^2 + 8x + 10$$



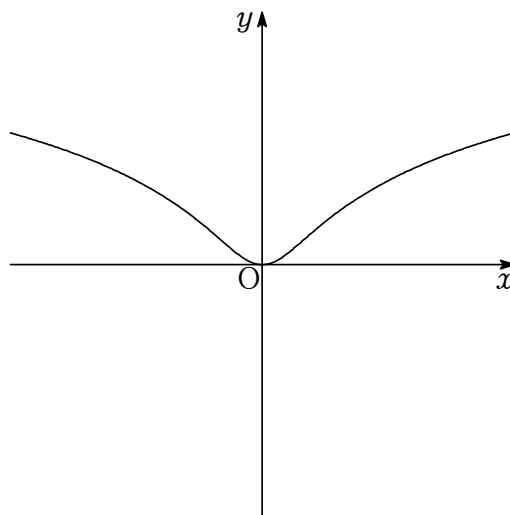
$$333(3) \quad y = x + \frac{1}{x}$$



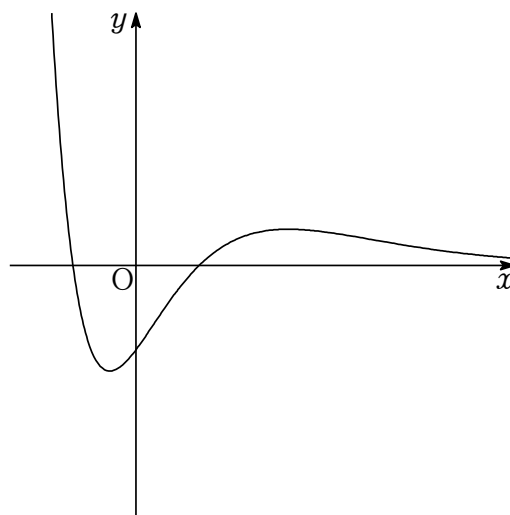
$$333(4) \quad y = \frac{x^3}{x^3 - 1}$$



$$333(5) \quad y = x \log(1 + x^2)$$



$$333(6) \quad y = (x^2 - 1)e^{-x}$$



さて、40個もグラフを紹介しましたが、どうだったでしょうか？ かなりマニアックなグラフもあって「こんな絶対ムリや」と思ったかもしれませんが、そんなに心配する必要はありません。なぜなら、現実問題として大学入試で「グラフを書きなさい」という問題が出題されることはほとんどないからです。オオザッパな形が把握できればそれで良いのです。

だから、なんとなくグラフの形を記憶に留めておいて、これから様々なグラフを書くときに「こんな形のグラフあったよなあ」と思い出すだけで十分です。

まあ、まだ始まったばかりですし、いろいろ経験をつんでおくことが後々に役に立つことでしょう。