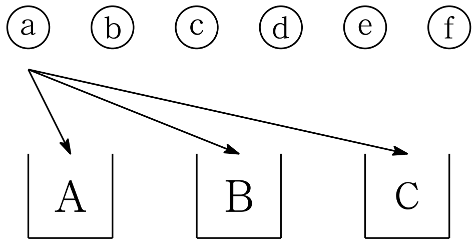
区別のある6個の玉を3つの箱に分ける

<table>
<tr><th></th><th>区別のある3つの箱A，B，Cに分ける</th><th>区別のつかない3つの箱に分ける</th></tr>
<tr><td>空箱OK</td><td>
6個の玉それぞれに3通りの箱への入れ方があるので
$3^6 = 729$ 通り</td><td>1箱だけに入る場合　箱の区別がないので，1通り．
2箱だけに入る場合　まず2箱を区別して考える．
2箱への入れ方は 2^6-2 通りであり，
さらに箱の区別をなくすと $\dfrac{2^6-2}{2!}$ 通り．
3箱全てに入る場合　下の場合そのものである．
$1+\dfrac{2^6-2}{2!}+\dfrac{3^6-3-3(2^6-2)}{3!}$ 通り
※下の場合を真似て，単純に左の場合の数を3! で割ってはダメ．</td></tr>
<tr><td>空箱NG</td><td>上で求めた $3^6 = 729$ 通りから，空箱の場合を除けばよい．
1箱だけに入る場合　箱に区別があるので，3通り．
2箱だけに入る場合　まず，入る2箱の選び方が ${}_3C_2 = 3$ 通り
2箱への入れ方は 2^6 通りあるが，
片方だけに入る場合（2通り）を除く．
よって，$3(2^6-2)$ 通り．
$3^6-3-3(2^6-2)$ 通り</td><td>いったん箱を区別して考えて考えると，左のようになる．
ある分け方に対して，それぞれ3! 通りの部屋の当て方があるから，
左で求めた場合の数を3! で割ればよい．
$\dfrac{3^6-3-3(2^6-2)}{3!}$ 通り
A B C
A C B
B A C
B C A
C A B
C B A
3! 通り</td></tr>
</table>

区別のつかない6個の玉を3つの箱に分ける

	区別のある3つの箱A，B，Cに分ける	区別のつかない3つの箱に分ける
空箱OK	玉の区別がないので，箱に入る玉の個数だけを考えればよい． 箱A，B，Cに入る玉の個数を x，y，z とすると， $x+y+z=6,\ x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ z \geqq 0$ を満たす（x，y，z）の組を数えればよい．つまり、 6個の○，2本の｜の順列の総数に対応する． 例 ○○｜○○○｜○ → $x=2,\ y=3,\ z=1$ ○○○○｜｜○○ → $x=4,\ y=0,\ z=2$ ${}_8C_2 = \boxed{28通り}$	3つの箱に入る玉の個数を x，y，z とすると， 箱に区別がないので，$0 \leqq x \leqq y \leqq z$ として良い． $x+y+z=6,\ 0 \leqq x \leqq y \leqq z$ を満たす（x，y，z）の組を求めればよい． 1箱だけに入る場合，(0，0，6) 2箱だけに入る場合，(0，1，5)，(0，2，4)，(0，3，3) 3箱全てに入る場合，(1，1，4)，(1，2，3)，(2，2，2) 対応関係を意識すること！（以下の補足参照） $\boxed{7通り}$
空箱NG	上の場合と同様に考えると， $x+y+z=6,\ x \geqq 1,\ y \geqq 1,\ z \geqq 1$ を満たす（x，y，z）の組を数えればよい．つまり， 6個の○の間隔5か所に，2本の｜を入れる場合の数を考える． ○∧○∧○∧○∧○∧○ ${}_5C_2 = 10通り$	上記の「3箱全てに入る場合」に相当するので，3通り 重要な補足　上の7通りを次のように分類してみよう． (i) $x=y=z$ 型　1通り (ii) $x=y<z$，$x<y=z$ 型　3通り (iii) $x<y<z$ 型　3通り ここで，箱に区別をつけると，それぞれどう対応するのか？ そのためには，それぞれの順列の個数を考えればよい． 順列は，(i) 型は各1通り，(ii) 型は各3通り，(iii) 型は各6通り よって，確かに $1\times1+3\times3+3\times6=28$ 通りとなる 「3箱全てに入る場合」は (i)(ii)(iii) 型が各1通りづつなので， 確かに $1+3+6=10$ 通りとなり，きちんと対応している！ このように，箱の区別の有無の対応関係をしっかりと理解しよう．