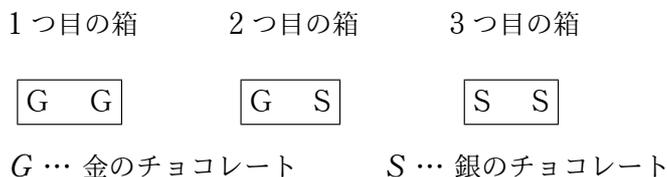


条件付き確率の有名例

次の赤阪君と P 子ちゃんの会話を読んで、条件付き確率について考えてみよう。条件付き確率は、慎重に考えないとすっかり間違ってしまうことが多いです。

9月18日は数学大好き赤阪君の誕生日。赤阪君は大好きな P 子ちゃんからのプレゼントを楽しみにしています。P 子ちゃんは赤阪君がチョコレートが大好きなのを知っていたので、チョコレートをプレゼントすることにしました。

P 子ちゃんは、愛情たっぷりのチョコレートを6個作り、金と銀の紙で3つずつ包んで、2個ずつ3つの箱につめました。1つ目の箱には金のチョコレートが2つ、2つ目の箱には金と銀のチョコレートが1つずつ、3つ目の箱には銀のチョコレートが2つ入っています。



誕生日当日、P 子ちゃんは赤阪君に「3つの箱のうち1つだけを選んでネ」と言いました。赤阪君は迷いながらも1つの箱を選びました。そして、その箱から1つのチョコレートを取り出してみると、金のチョコレートが出てきました。

赤阪君は金のチョコレートが大好きだったので大喜びしました。そのときふと、残りの1つも金のチョコレートである確率はどうなるのだろう、と考えました。

「1つのチョコレートが金だったのだから、箱は1つ目が2つ目のはずだ。そして残りの1つも金のチョコレートが入っているのは1つ目の箱のときだから

求める確率は $\frac{1}{2}$

に間違いない！」

その話を聞いて、P 子ちゃんはなぜかスッキリしませんでした。

「だって、1つ目の箱と2つ目の箱では金のチョコレートの数が違うんだから、2つの箱のうちどちらか1つなんておかしくない？」

さあ、あなたならこの確率はそうなると思いますか。赤阪君の主張が正しいと思うなら P 子ちゃんにわかりやすく説明してあげましょう。P 子ちゃんと同じくスッキリしないなら、赤阪君に正しい確率を教えてあげましょう。

赤阪君の言うように、金のチョコレートが出た時点で、可能性のある箱は2つに絞り込まれるから、赤阪君の主張が正しいような気もしますが、はたしてそうでしょうか。

まずは自分で考えてみてください。

結論 赤阪君の主張は間違っている。求める確率は $\frac{1}{2}$ ではない。

2通りの方法で考えてみよう。

考え方① 1つ目の箱にある金のチョコレートを G_1, G_2 , 2つ目の箱にあるチョコレートを G_3 と区別し, 最初に取り出したチョコレートが金のチョコレートである場合を考えることにより, 残りの1つも金のチョコレートである確率を求める。

解① 1つ目の箱にある金のチョコレートを G_1, G_2 , 2つ目の箱にあるチョコレートを G_3 と区別する。

最初に取り出したチョコレートが金である場合を考えると, 次の3通りが考えられる。

最初のチョコレート	残りのチョコレート
G_1	G_2
G_2	G_1
G_3	S

これら3つの場合はすべて同様に確からしいので, 残りの1つも金のチョコレートである確率は $\frac{2}{3}$ である。

■

考え方② 事象 A を「1つ目のチョコレートが金である」, 事象 B を「残りの1つも金のチョコレートが入っている」とし, 条件付き確率 $P_A(B)$ を考えることにより, 残りの1つも金のチョコレートである確率を求める。

解② 事象 A を「1つ目のチョコレートが金である」, 事象 B を「残りの1つも金のチョコレートが入っている」とする。

このとき1つ目の箱を選ぶと必ず金が選ばれ, 2つ目の箱を選ぶと確率 $\frac{1}{2}$ で金が選ばれ, 3つ目の箱を選ぶと金は選ばれないので,

$$P(A) = \frac{1}{3} \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0 = \frac{1}{2}$$

次に $A \cap B$ となる確率は1つ目の箱を選ぶときなので,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3}$$

したがって, 求める確率は1つ目のチョコレートが金であるとき, 残りの1つの金である条件付き確率となるので

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

よって, 求める確率は $\frac{2}{3}$ である。

■

参考 この問題は古くからある有名問題で, 次のような内容で知られています。

3棹のたんす

3つのたんすにはどれも2つの引出しがあって, 第1のたんすの引出しには金貨が1枚ずつ, 第2のたんすには金貨と銀貨が1枚ずつ, 第3の引出しには銀貨が2枚ずつ入っている。

いま無作為に1つのたんすを選んで1つの引出しをあけたら金貨が入っていた。このたんすののもう1つの引出しに金貨が入っている確率を求めよ。

当時から「確率は $\frac{1}{2}$ である」と主張する人が多かったようです。いつの時代も一緒なんだね。