$\boxed{1}$ [2008 岩手大]基礎

ある等差数列の第 n 項を a_n とするとき，

$$a_{10}+a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{14}=365,\quad a_{15}+a_{17}+a_{19}=-6$$

が成立している。

(1) この等差数列の初項と公差を求めよ。

(2) この等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，S_n の最大値を求めよ。

$\boxed{2}$ [2014 同志社大]基礎

初項 a_1，公比 r が正の数である等比数列 $\{a_n\}$ について $a_2=6$，$a_5=48$ が成り立っている。

このとき，$a_1=$ ア $\boxed{}$，$r=$ イ $\boxed{}$ である。したがって，

$a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2=$ ウ $\boxed{}$ となる。$b_n=a_na_{n+1}$ とすると数列 $\{b_n\}$ も公比

エ $\boxed{}$ の等比数列となり，$b_1+b_2+b_3+\cdots\cdots+b_n=$ オ $\boxed{}$ である。

$\boxed{3}$ [2009 学習院大]基礎

数列 $\{a_n\}$ は等差数列，$\{b_n\}$ は公比が正の等比数列で，$a_1=1$，$b_1=3$，$a_2+2b_2=21$，$a_4+2b_4=169$ を満たすとする。

(1) 一般項 a_n，b_n を求めよ。

(2) $S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k}$ を求めよ。

$\boxed{4}$ [2016 名城大]基礎

数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が $S_n=n^3+3n^2+2n$ であるとする。

(1) a_1，a_2 を求めよ。

(2) 一般項 a_n を求めよ。

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{100}\frac{1}{a_k}$ を求めよ。

5 [2009 同志社大]標準

次の和を求めよ。

(1) $\dfrac{1}{1\cdot 3}+\dfrac{1}{3\cdot 5}+\dfrac{1}{5\cdot 7}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

(2) $\dfrac{1}{1\cdot 3\cdot 5}+\dfrac{1}{3\cdot 5\cdot 7}+\dfrac{1}{5\cdot 7\cdot 9}+\cdots\cdots+\dfrac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$

(3) $\dfrac{2}{1\cdot 3\cdot 5}+\dfrac{4}{3\cdot 5\cdot 7}+\dfrac{6}{5\cdot 7\cdot 9}+\cdots\cdots+\dfrac{2n}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$

6 [2014 関西大]標準

自然数の列を，次のように奇数個ずつの群に分ける。

| 1, 2, 3 | 4, 5, 6, 7, 8 | 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 | 16, ……

第 1 群　第 2 群　第 3 群

(1) 第 n 群 ($n=1$, 2, 3, ……) の最初の自然数は ア□ であり，第 n 群の最後の自然数は イ□ である。

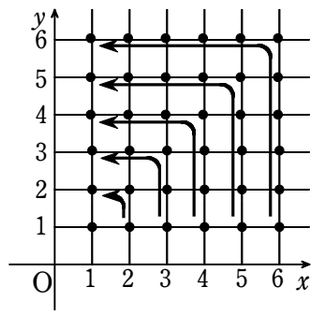
(2) 第 n 群に含まれるすべての数の和を S_n とすると，$S_n=$ ウ□ であり，不等式 $\dfrac{S_{n+1}}{S_n}<\dfrac{3}{2}$ を満たす最小の自然数 n は エ□ である。

(3) 2014 は第 オ□ 群の カ□ 番目の自然数である。

(4) 自然数 k の平方根 $\sqrt{k}$ の整数部分を a_k とする。このとき，$a_3=$ キ□，$\displaystyle\sum_{k=1}^{15} a_k=$ ク□ であり，$\displaystyle\sum_{k=1}^{2014} a_k=$ ケ□ である。

7 [2011 山口大]標準

座標平面上の自然数を成分とする点 $(m,\ n)$ に，有理数 $\dfrac{n}{m}$ を対応させる。右の図のように，点 (1, 1) から矢印の順番にしたがって，対応する有理数を並べ，次のような数列をつくる。



$\dfrac{1}{1}$, $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{2}{2}$, $\dfrac{2}{1}$, $\dfrac{1}{3}$, $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{3}{3}$, $\dfrac{3}{2}$, $\dfrac{3}{1}$, $\dfrac{1}{4}$, $\dfrac{2}{4}$, $\dfrac{3}{4}$, $\dfrac{4}{4}$, $\dfrac{4}{3}$, $\dfrac{4}{2}$, $\dfrac{4}{1}$, ……

(1) 有理数 $\dfrac{11}{8}$ が初めて現れるのは第何項かを求めよ。

(2) 第 160 項を求めよ。

(3) 第 1000 項までに，値が 2 となる項の総数を求めよ。

8 [2016 慶応義塾大]応用

自然数 n に対して $m\leqq\log_2 n<m+1$ を満たす整数 m を a_n で表すことにする。このとき $a_{2016}=$ ア□ である。また，自然数 k に対して $a_n=k$ を満たす n は全部で イ□ 個あり，そのような n のうちで最大のものは $n=$ ウ□ である。更に，$\displaystyle\sum_{n=1}^{2016} a_n=$ エ□ である。

$\boxed{9}$ [2010 大阪府立大]基礎

次の関係式を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(1) $a_1=\dfrac{1}{4}$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{3a_n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(2) $a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+3^n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

$\boxed{10}$ [2013 熊本大]基礎

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=2a_n+n^2$ で与えられるとき，次の問いに答えよ。

(1) a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(2) a_n を n の式で表せ。

$\boxed{11}$ [2009 立命館大]基礎

$a_1=1$，$a_{n+1}=\left(1+\dfrac{2}{n}\right)a_n$ $(n\geqq 1)$ を満たす数列 $\{a_n\}$ がある。この数列の一般項を求めよ。

$\boxed{12}$ [2009 島根大]基礎

数列 $\{a_n\}$ が関係式 $a_1=1$，$a_{n+1}\sqrt{a_n}=8$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たしている。

(1) $b_n=\log_2 a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおくとき，b_{n+1} と b_n の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{13}$ [2009 新潟大]標準

数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1=\frac{1}{6},\ \frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=2\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たしている。また数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1=8a_1a_2,\ b_{n+1}-b_n=8a_{n+1}a_{n+2}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たしている。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。

$\boxed{14}$ [2015 静岡大]標準

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ がある。

$$a_1=\frac{1}{2},\ 3a_{n+1}=a_n-2a_{n+1}a_n\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

$$b_1=1,\ b_{n+1}=b_n+\frac{n}{a_n}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ。ただし，すべての自然数 n について $a_n>0$ である。

(1) $c_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくとき，c_{n+1} と c_n の関係式を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

$\boxed{15}$ [2016 横浜国立大]標準

数列 $\{a_n\}$ は $a_1=5$，$a_1{}^2+a_2{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2=\dfrac{2}{3}a_na_{n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たすとする。

(1) a_2，a_3 を求めよ。

(2) a_{n+2} を a_n，a_{n+1} を用いて表せ。

(3) 一般項 a_n を求めよ。

$\boxed{16}$ [2014 近畿大]応用

一般項が $a_n=\dfrac{1}{\sqrt{13}}\left\{\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^n-\left(\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^n\right\}$ で与えられた数列 $\{a_n\}$ を考える。

(1) この数列の初項 a_1 の値は ア$\boxed{}$，第 2 項 a_2 の値は イ$\boxed{}$ である。

(2) この数列は，漸化式 $a_{n+2}=a_{n+1}+$ ウ$\boxed{}a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たす。

(3) この数列の第 7 項 a_7 の値は エ$\boxed{}$ である。

(4) この数列の初項から第 n 項までの和を S_n で表す。このとき

$a_{n+2}=$ オ$\boxed{}+$ カ$\boxed{}S_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ が成り立つ。

(5) この数列には，1 桁の素数 キ$\boxed{}$ の倍数は現れない。

(6) (4) で与えられた S_n が 10000 以上となるような最小の n の値は ク$\boxed{}$ である。

$\boxed{17}$ [2006 広島市立大]基礎

正の整数 n に関する不等式 $\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{5}{6}\cdot\cdots\cdots\cdot\dfrac{2n-1}{2n}\leqq\dfrac{1}{\sqrt{3n+1}}$ が成り立つことを数学的帰納法で証明せよ。

$\boxed{18}$ [2009 広島市立大]基礎

$a_1=\dfrac{1}{4}$，$a_{n+1}=\dfrac{3n+2}{n+2}\cdot\dfrac{1}{4-a_n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1) a_2，a_3，a_4 を求めよ。

(2) 一般項 a_n を推定し，それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

$\boxed{19}$ [2000 香川大]基礎

1 以上の整数 m に対して，直線 $y=mx$ と放物線 $y=x^2$ で囲まれた領域を D_m とする．ただし，D_m は境界を含む．また，領域 D_m に含まれる格子点の個数を d_m とおく．ここで，格子点とは x 座標と y 座標がともに整数になる点のことである．

(1) d_1，d_2，d_3 を求めよ．

(2) $0\leqq k\leqq m$ である整数 k に対して，直線 $x=k$ 上の格子点で領域 D_m に含まれるものの個数を m と k の式で表せ．

(3) d_m を m の式で表せ．

$\boxed{20}$ [2014 大分大]基礎

正三角形 ABC があり，点 X は正三角形 ABC の頂点を移動する点である。サイコロを投げて 5 の目が出たとき点 X は時計回りに隣の頂点に移動し，6 の目が出たとき点 X は反時計回りに隣の頂点に移動し，それ以外の目が出たとき点 X は移動しない。はじめに点 X は頂点 Aにあるとし，サイコロを n 回投げたとき点 X が頂点 A にある確率を P_n とする。

(1) P_1，P_2，P_3 を求めよ。

(2) P_{n+1} を P_n を用いて表せ。

(3) P_n を求めよ。

$\boxed{21}$ [2002 福井大]標準

次の条件で定められた数列 $\{a_n\}$ を考える．

$$a_1=1,\ a_{n+1}=\frac{3}{n}(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

(1) a_2，a_3，a_4，a_5，a_6 を求めて，一般項 a_n を n の式で表せ．

(2) (1) で求めた一般項 a_n が正しいことを数学的帰納法を用いて示せ．

$\boxed{22}$ [1997 東京大]標準

a, b は実数で $a^2+b^2=16,\ a^3+b^3=44$ を満たしている．

(1) $a+b$ の値を求めよ．

(2) n を 2 以上の整数とするとき，a^n+b^n は 4 で割り切れる整数であることを示せ．

$\boxed{23}$ [2003 滋賀大]標準

座標平面上で，x 座標と y 座標がいずれも整数である点 $(x,\ y)$ を格子点という．

(1)　$x \geqq 0$，$y \geqq 0$，$x+y \leqq 20$ を同時に満たす格子点 $(x,\ y)$ の個数を求めよ．

(2)　$y \geqq 0$，$y \leqq 2x$，$x+2y \leqq 20$ を同時に満たす格子点 $(x,\ y)$ の個数を求めよ．

$\boxed{24}$ [2013 北海道大]応用

相異なる 3 点 A，B，C の上を動く点 P がある。点 P の 1 秒後の位置が以下のルールに従って定まるものとする。

(i)　A にいるときは，確率 $\dfrac{1}{3}$ で A にとどまるか，確率 $\dfrac{1}{3}$ で B に移るか，確率 $\dfrac{1}{3}$ で C に移る。

(ii)　B にいるときは，必ず C に移る。

(iii)　C にいるときは，確率 $\dfrac{1}{2}$ で A に移るか，確率 $\dfrac{1}{2}$ で B に移る。

いま，点 P が A からスタートしてこのルールに従って n 秒後に A，B，C にいる確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n とする。

(1)　a_1，b_1，c_1，a_2，b_2，c_2 を求めよ。

(2)　$n \geqq 2$ のとき，a_n を a_{n-1}，b_{n-1}，c_{n-1} を用いて表せ。

(3)　a_n，b_n，c_n を求めよ。