そもそも『入試数学への第一歩』って、どんな一歩やねん？　＜初めての遠足編＞

さあ、靴の紐を結んで、近所をお散歩したら、少し遠出をしてみましょう。どんな景色が見えてくるでしょうか？

1 [2011 追手門学院大]

2 次方程式 $x^2-(a+3)x+a^2=0$ (a は定数とする) について，次の問いに答えよ。

(1)　この方程式が異なる 2 つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

(2)　この方程式が異なる 2 つの実数解をもち，その解がともに 1 より大きくなるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

2 [2013 秋田大]

2 次方程式 $x^2-2ax+2a+3=0$ が異なる 2 つの実数解をもち，その 2 つの実数解がともに 1 以上 5 以下であるように，定数 a の値の範囲を定めよ。

3 [2012 名城大]

a を実数とする 2 次方程式 $x^2+ax+a-2=0$ について，次の問いに答えよ。

(1)　任意の a に対して，この 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつことを示せ。

(2)　この 2 次方程式の実数解を α，β とするとき，α，β が異なる符号をもつような a の値の範囲を求めよ。

(3)　$5<|\alpha-\beta|<6$ となるような a の値の範囲を求めよ。

4 [2009 北里大]

2 次関数 $f(x)=x^2-ax+a+8$ について，次の問いに答えよ。ただし，a は正の定数とする。

(1)　放物線 $y=f(x)$ の頂点の座標を a を用いて表せ。

(2)　$0\leqq x\leqq 5$ の範囲で常に $f(x)\geqq 0$ となるような a の条件を求めよ。

5 [2015 山口大]

p，q，m を実数とする。放物線 $y=-x^2+2px+q$ を C とし，その頂点は直線 $y=mx-3$ 上にあるとする。

(1)　q を p，m を用いて表せ。

(2)　C の頂点の x 座標が -4 のとき，C が x 軸と異なる 2 点で交わるように，m の値の範囲を定めよ。また，そのとき C が x 軸から切り取る線分の長さを m を用いて表せ。

(3)　p の値にかかわらず，C と y 軸の共有点の y 座標が負となるように，m の値の範囲を定めよ。

6 [2012 岩手大]

2 次不等式 $x^2+(a-3)x+a>0$ がすべての実数 x について成り立つように，実数 a の値の範囲を求めよ。

7 [2012 千葉工業大]

すべての実数 x に対して $ax^2+(a+1)x+a<0$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

8 [2012 福岡大]

$x<0$ のとき，$x^2+ax+4\geqq 0$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

9 [2011 神戸大]

a を実数とし，$f(x)=x^2-2x+2$，$g(x)=-x^2+ax+a$ とする。

(1)　すべての実数 s，t に対して $f(s)\geqq g(t)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(2)　$0\leqq x\leqq 1$ を満たすすべての x に対して $f(x)\geqq g(x)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

10 [1998 同志社大]

(1)　2 次不等式 $x^2+(a-1)x-2a^2-2a\leqq 0$ を満たす x の範囲を求めよ.

(2)　(1) で求めた x の範囲における 2 次関数 $y=x^2+ax$ の最小値が 0 であるように a の値を定めよ.

11 [2012 関西学院大]

xy 平面における放物線 $y=x^2-4x+1$ は放物線 $y=x^2$ を x 軸方向に ア [　　]，y 軸方向に イ [　　] だけ平行移動することによって得られる。

関数 $y=x^2-4x+1$ $(a\leqq x\leqq a+1)$ の最小値を m とおく。ただし，a は実数である。

$a<1$ の場合は $m=$ ウ [　　] であり，$1\leqq a\leqq 2$ の場合は $m=$ エ [　　] であり，$a>2$ の場合は $m=$ オ [　　] である。

12 [2008 同志社大]

x の 2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+a+2$ を考える。$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とおく。

(1)　$a<0$ のとき，M，m を a を用いてそれぞれ表せ。

(2)　$0\leqq a<\dfrac{3}{2}$ のとき，M，m を a を用いてそれぞれ表せ。

(3)　$0\leqq x\leqq 3$ を満たすすべての x について不等式 $0<f(x)<6$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

13 [2015 東京理科大]

a を実数の定数とし，x の関数 $f(x)=ax^2+4ax+a^2-1$ を考える。区間 $-4\leqq x\leqq 1$ における関数 $f(x)$ の最大値が 5 であるとき，定数 a の値を求めよ。

14 [2010 神戸大]

実数 a，b に対して，$f(x)=a(x-b)^2$ とおく。ただし，a は正とする。放物線 $y=f(x)$ が直線 $y=-4x+4$ に接している。

(1)　b を a を用いて表せ。

(2)　$0\leqq x\leqq 2$ において，$f(x)$ の最大値 $M(a)$ と，最小値 $m(a)$ を求めよ。

(3)　a が正の実数を動くとき，$M(a)$ の最小値を求めよ。

15 [2002 同志社大]

$a<-1$ とする.

(1)　$x^2+ax\geqq -x$ を満たす x の値の範囲を求めよ.

(2)　x が (1) の範囲にあるとき x^2+ax の最小値 m を a で表せ.

(3)　$m=-\dfrac{3}{4}$ となるように a の値を求めよ.