2016年度高校1年夏期セミナー（男子英数）数学S①＆数学発展①　『三角関数』

1〜5　正弦余弦定理　6〜9　１学期の復習　１０〜１５　三角方程式　１６〜２０　図形への応用など

1 [2011 同志社大]基礎

円に内接する四角形 ABCD において，AB＝5，BC＝3，DA＝2，∠ABC＝60° であるとき，次の問いに答えよ。

(1) 辺 CD の長さを求めよ。

(2) 四角形 ABCD の面積を求めよ。

(3) △BCD の面積を求めよ。

(4) 対角線 BD の長さを求めよ。

2 [2008 琉球大]基礎

△ABC は，$\tan A=\frac{4}{3}$，BC＝6 を満たしているものとする。ただし，$A=\angle$BAC とする。

(1) $\sin A$ および $\cos A$ の値をそれぞれ求めよ。

(2) △ABC の外接円の半径を求めよ。

(3) △ABC の面積の最大値と，そのときの辺 AB の長さを求めよ。

3 [2008 滋賀大]標準

△ABC において，BC＝1，∠B＝60°，∠C＝90° とする。△ABC の頂点とは異なる点 P，Q，R がそれぞれ辺 BC，CA，AB 上にあり，△PQR は正三角形であるとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) ∠CPQ＝∠BRP であることを示せ。

(2) BP＝x とするとき，CQ を x を用いて表せ。

(3) △PQR の面積 S を x を用いて表せ。また，S の最小値とそのときの x の値を求めよ。

4 [2007 上智大]標準

四角形 ABCD は円 O に内接し，各辺の長さは AB＝1，BC＝1，CD＝2，DA＝3 である。

(1) BD の長さと ∠BCD の大きさを求めよ。

(2) 四角形 ABCD の面積を求めよ。

(3) 円 O の面積を求めよ。

(4) 3 辺 BC，CD，DA に接する円の面積を求めよ。

5 [2011 東北学院大]応用

1 辺の長さが 3 の正四面体 ABCD の辺 AB，AC，CD，DB 上にそれぞれ点 P，Q，R，S を，AP＝1，DS＝2 となるようにとる。

(1) △APS の面積を求めよ。

(2) 3 つの線分の長さの和 PQ＋QR＋RS の最小値を求めよ。

6 [2009 鳥取大]1学期の復習問題（基礎）

関数 $f(x)=-\cos^2 2x-2\sqrt{3}\sin x\cos x+2$ の $0\leqq x\leqq\frac{\pi}{2}$ における最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値をそれぞれ求めよ。

7 [2006 法政大]1学期の復習問題（基礎）

$45^\circ\leqq\theta\leqq135^\circ$ のとき，関数 $f(\theta)=3\sin^2\theta+4\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta-\cos^2\theta$ は，$\theta=$ ア [　　]° で最大値 イ [　　] をとり，$\theta=$ ウ [　　]° で最小値 エ [　　] をとる。

8 [2001 秋田大]1学期の復習問題（基礎）

関数 $f(\theta)=\sin 2\theta+2(\sin\theta+\cos\theta)-1$ を考える．ただし，$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$ とする．

(1) $t=\sin\theta+\cos\theta$ とおくとき，$f(\theta)$ を t の式で表せ．

(2) t のとりうる値の範囲を求めよ．

(3) $f(\theta)$ の最大値，最小値を求め，そのときの θ の値を求めよ．

9 [2002 横浜国立大]1学期の復習問題（基礎）

方程式 $\frac{1}{\sin x}+\frac{1}{\sin 3x}=3$ の $0^\circ\leqq x\leqq135^\circ$ における解の個数を求めよ．

10 [2001 愛知工業大]標準

x の方程式 $\sin x+2\cos x=k$ $(0^\circ \leqq x \leqq 90^\circ)$ が異なる 2 個の解をもつとき，k の値の範囲を求めよ．

11 [2012 岩手大]標準

関数 $f(x)=2\sin^2 x+4\sin x+3\cos 2x$ について，次の問いに答えよ。ただし，$0 \leqq x < 2\pi$ である。

(1)　$t=\sin x$ とするとき，$f(x)$ を t の式で表せ。

(2)　$f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの x の値をすべて求めよ。

(3)　方程式 $f(x)=a$ の相異なる解が 4 個であるような実数 a の値の範囲を求めよ。

12 [2011 札幌医科大]標準

a，b を実数とし，x に関する方程式

$$\cos 2x+a\cos x+b=0$$

を考える。この方程式が $0 \leqq x < 2\pi$ の範囲で，ちょうど 2 個の異なる実数解をもつための a，b に関する条件を求めよ。

13 [2011 南山大]応用

a，c を実数とし，関数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+2\cos^2\dfrac{x}{2}$，$g(x)=x^2-2ax+1$ を考える。方程式 $f(x)=c$ が $0 \leqq x \leqq \pi$ で異なる 2 つの解をもつような c の値の範囲は ア $\boxed{}$ であり，方程式 $g(f(x))=0$ が $0 \leqq x \leqq \pi$ で異なる 3 つの解をもつような a の値の範囲は イ $\boxed{}$ である。

14 [1996 佐賀大]応用

関数 $f(\theta)=\cos\theta+\sqrt{3}\sin\theta-1$ について，次の問いに答えよ．ただし，$0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ とする．

(1)　$y=f(\theta)$ のグラフをかけ．

(2)　$f(\theta)$ の最大値および最小値を求めよ．

(3)　$f(\theta)$ と $g(\theta)=-\cos 2\theta+\sqrt{3}\sin\theta+a$ とが共有点をもつための定数 a の値の範囲を求めよ．

15 [2012 県立広島大]応用

k を定数とする。関数

$$f(\theta)=\cos 2\theta+4k\sin\theta+3k-3$$

について，次の問いに答えよ。

(1)　$f\left(\dfrac{1}{2}\pi\right)$，$f\left(\dfrac{3}{2}\pi\right)$ を求めよ。

(2)　$x=\sin\theta$ として，$f(\theta)$ を x で表せ。

(3)　$-1 \leqq k \leqq 1$ のとき，$f(\theta)$ の最大値を求めよ。

(4)　すべての θ に対して常に $f(\theta) \leqq 0$ となる k の値の範囲を求めよ。

16 [2005 滋賀大]標準

半径 1 の円に内接し，$\angle A=\dfrac{\pi}{3}$ である △ABC について，3 辺の長さの和 AB＋BC＋CA の最大値を求めよ。

17 [2004 静岡大]標準

(1) AB＝AC である △ABC の辺 AC 上に頂点 A，C と異なる点 D があり，AD＝DB＝BC＝1 である．このとき，∠A の大きさを求めよ．

(2)　(1) を利用して $\sin 18^\circ=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ であることを示せ．

(3)　$\angle E=72^\circ$，$\angle F=\alpha$，$\angle G=\beta$ である △EFG において，$\sin\alpha+\sin\beta$ の最大値を求めよ．

18 [2010 京都大]標準

x を正の実数とする。座標平面上の 3 点 A$(0,\ 1)$，B$(0,\ 2)$，P$(x,\ x)$ をとり，△APB を考える。x の値が変化するとき，∠APB の最大値を求めよ。

19 [2009 京都工芸繊維大]応用

xy 平面内の半円周 $C: x^2+y^2=1$，$y \geqq 0$ 上に 2 点 A$(1,\ 0)$，B$(-1,\ 0)$ と 2 点 S$(\cos\theta,\ \sin\theta)$，T$(\cos t,\ \sin t)$ $(0<\theta<t<\pi)$ がある。

(1)　弧 AT 上を点 S が動くとき，弦 AS の長さと弦 ST の長さの和の最大値を t を用いて表せ。

(2)　3 つの弦 AS，ST，TB の長さの和を L とするとき，不等式 $L \leqq 3$ が成り立つことを示せ。また，この不等式において等号が成り立つときの θ と t の値を求めよ。

20 [2011 京都府立大]応用

△ABC の 3 つの角 ∠A，∠B，∠C のそれぞれの大きさを A，B，C とする。

(1)　$\cos A+\cos B=2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$ を余弦の加法定理から導け。

(2)　(1) の結果を用いて $\cos A+\cos B \leqq 2\sin\dfrac{C}{2}$ を示せ。また，等号が成り立つのはどのようなときか。

(3)　(2) の結果を用いて $\cos A+\cos B+\cos C$ が最大となるとき，A，B，C を求めよ。