2016年夏期セミナー（男女英数Ⅲ類）　整数問題　「難関大学入試問題に挑戦だGO」

1 [2010 神戸大]

a，b を自然数とする。

(1)　ab が 3 の倍数であるとき，a または b は 3 の倍数であることを示せ。

(2)　$a+b$ と ab がともに 3 の倍数であるとき，a と b はともに 3 の倍数であることを示せ。

(3)　$a+b$ と a^2+b^2 がともに 3 の倍数であるとき，a と b はともに 3 の倍数であることを示せ。

2 [2006 京都大]

2 以上の自然数 n に対し，n と n^2+2 がともに素数になるのは $n=3$ の場合に限ることを示せ。

3 [2001 京都大]

任意の整数 n に対し，n^9-n^3 は 9 で割り切

4 [1996 大阪市立大]

方程式 $48x+539y=77$ を満たす整数解 x, y をすべて求めよ.

5 [2013 一橋大]

$3p^3-p^2q-pq^2+3q^3=2013$ を満たす正の整数 p, q の組をすべて求めよ。

6 [2006 東京大]

n を正の整数とする。実数 x, y, z に対する

$$x^n+y^n+z^n=xyz$$

を考える。

(1) $n=1$ のとき，① を満たす正の整数の組
求めよ。

(2) $n=3$ のとき，① を満たす正の実数の組