２０１７夏セミ　　～数と式（１～１０）　２次関数の最大最小（１１～２０）～

１学期に学習した内容の復習をかねて、やや難しめの問題に挑戦しよう。

1 [2005 成蹊大]基本

a，b，c が $a+b+c=1$，$a^2+b^2+c^2=5$，$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}=1$ を満たすとき，

$ab+bc+ca$，$a^3+b^3+c^3$ の値を求めよ。

2 [2005 東京電機大]標準

$abc=1$，$a+b+c=0$ であるとき，次の式の値を求めよ。

$$\frac{a}{ab+a+1}+\frac{b}{bc+b+1}+\frac{c}{ca+c+1}+a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$

3 [2012 立命館大]標準

$x=\dfrac{\sqrt{13}+1}{2}$ のとき，x^2-x，x^3-4x，x^4-7x の値を求めよ。

4 [2010 名城大]標準

方程式 $6x^4+5x^3-38x^2+5x+6=0$ の解 x について，$x+\dfrac{1}{x}=t$ とおくと t の正の値は

ア $\boxed{}$ であり，もとの方程式の解 x の中で最も大きいものは イ $\boxed{}$ である。

5 [2012 上智大]応用

$x\geqq-6$ の範囲のすべての x に対して不等式 $2ax\leqq6x+1$ が成り立つための必要十分条件は，ア $\boxed{}\leqq a\leqq$ イ $\boxed{}$ である。

6 [2016 福岡大]基本

不等式 $\sqrt{(x-1)^2}\leqq2$ を満たす x の範囲は ア $\boxed{}$ である。また，方程式

$2|x-1|+|x+1|=4$ の解は イ $\boxed{}$ である。

7 [2015 神奈川大]基本

不等式 $|3x-5|<2x+1$ を満たす x の値の範囲は $\boxed{}$ である。

8 [2016 京都産業大]標準

不等式 $2|x|+|x-1|>5$ の解は $\boxed{}$ である。

9 [2015 大阪経済大]標準

不等式 $|x-7|+|x-8|<3$ の解は ア $\boxed{}<x<$ イ $\boxed{}$ である。

10 [2008 國學院大]応用

2 つの不等式 $|x-6|<3$ …… ①，$|x-k|<5$ …… ② がある。ただし，定数 k は実数とする。

(1) (ア) ① の不等式を解け。　　(イ) ② の不等式を解け。

(2) ①，② をともに満たす実数 x が存在するような k の値の範囲を求めよ。

(3) ①，② をともに満たす x が整数のとき，解の数が 3 つとなるような k の値の範囲を求めよ。

２０１７夏セミ　　～数と式（１～１０）　２次関数の最大最小（１１～２０）～

１学期に学習した内容の復習をかねて、やや難しめの問題に挑戦しよう。

11 [1999 関西大]基礎

x が $-3 \leqq x \leqq 3$ の範囲を動くとき

$$f(x)=(x^2+2x+3)(x^2+2x-2)-5x^2-10x+2$$

の最大値，最小値と，そのときの x の値を求めよ．

12 [2007 千葉大]基礎

a を正の実数とする。2 次関数 $f(x)=ax^2-2(a+1)x+1$ に対して，次の問いに答えよ。

(1)　関数 $y=f(x)$ のグラフの頂点の座標を求めよ。

(2)　$0 \leqq x \leqq 2$ の範囲で $y=f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。

13 [2016 法政大]基礎

a を実数の定数とし，2 次関数 $y=x^2-2ax+3a$ の $0 \leqq x \leqq 4$ における最大値を M，最小値を m とする。

(1)　$a=3$ のとき，$M=$ ア$\boxed{}$ かつ $m=$ イ$\boxed{}$ である。

(2)　$m=-4$ のとき，$a=$ ウ$\boxed{}$，$-\dfrac{\text{エ}\boxed{}}{\text{オ}\boxed{}}$ である。

14 [2014 東北学院大]標準

2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+a+2$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$y=f(x)$ のグラフが点 $(1,\ 1)$ を通るとき，a の値を求めよ。

(2)　$0 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最小値を m とするとき，a を用いて m を表せ。

(3)　$0 \leqq x \leqq 3$ において，常に $f(x)>0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

15 [2012 関西学院大]標準

xy 平面における放物線 $y=x^2-4x+1$ は放物線 $y=x^2$ を x 軸方向に ア$\boxed{}$，y 軸方向に イ$\boxed{}$ だけ平行移動することによって得られる。

関数 $y=x^2-4x+1$ $(a \leqq x \leqq a+1)$ の最小値を m とおく。ただし，a は実数である。

$a<1$ の場合は $m=$ ウ$\boxed{}$ であり，$1 \leqq a \leqq 2$ の場合は $m=$ エ$\boxed{}$ であり，$a>2$ の場合は $m=$ オ$\boxed{}$ である。

16 [2009 神戸大]標準

a を正の実数とし，$f(x)=-a^2x^2+4ax$ とする。

(1)　$0 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最大値を求めよ。

(2)　2 点 A$(2,\ 3)$，B$(3,\ 3)$ を端点とする線分を ℓ とする。曲線 $y=f(x)$ と線分 ℓ (端点を含む) が共有点をもつような a の値の範囲を求め，数直線上に図示せよ。

17 [2008 同志社大]応用

x の 2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+a+2$ を考える。$0 \leqq x \leqq 3$ における $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とおく。

(1)　$a<0$ のとき，M，m を a を用いてそれぞれ表せ。

(2)　$0 \leqq a < \dfrac{3}{2}$ のとき，M，m を a を用いてそれぞれ表せ。

(3)　$0 \leqq x \leqq 3$ を満たすすべての x について不等式 $0<f(x)<6$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

18 [2015 東京理科大]応用

a を実数の定数とし，x の関数 $f(x)=ax^2+4ax+a^2-1$ を考える。区間 $-4 \leqq x \leqq 1$ における関数 $f(x)$ の最大値が 5 であるとき，定数 a の値を求めよ。

19 [2012 芝浦工業大]応用

関数 $f(x)=(2-x)|x+1|$ に対して，$t \leqq x \leqq t+1$ における $f(x)$ の最大値を $g(t)$ とおく。

(1)　$y=f(x)$ のグラフの概形をかけ。

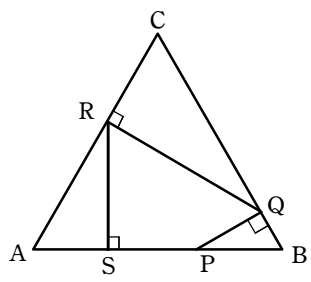
(2)　最大値 $g(t)$ を与える x の値が 2 つあるときの t の値を求めよ。

(3)　$g(t)=f(t)$ を満たす t の範囲を求めよ。

20 [2008 中央大]応用

1 辺の長さが 1 の正三角形 ABC がある。辺 AB 上の点 P から辺 BC に下ろした垂線の足を Q，点 Q から辺 CA に下ろした垂線の足を R，点 R から辺 AB に下ろした垂線の足を S とする。

線分 AP の長さを $\overline{\mathrm{AP}}=t$ $(0<t<1)$ とするとき，$\overline{\mathrm{AS}}<\overline{\mathrm{AP}}$ となるような t の値の範囲は ア$\boxed{}<t<1$ である。ア$\boxed{}<t<1$ のとき，3 つの線分 PQ，QR，RS の長さの和を L とすると，$\dfrac{L}{\sqrt{3}}$ のとりうる値の範囲は

イ$\boxed{}<\dfrac{L}{\sqrt{3}}<$ ウ$\boxed{}$ となる。

$0<t<1$ において，線分 PR の長さが最小となるのは $t=$ エ$\boxed{}$ のときである。