入試数学の第一歩　　～2次関数を極めて、入試数学の世界に１歩踏み出そう～

２次関数の問題はすべての入試問題の基本です。２次関数を極めることは入試数学突破への第一歩となるので、しっかりと学習しよう。今回は、大きく３分野に分類しました。

最大最小問題（１～６）　２次方程式の解の問題（７～１３）　不等式の問題（１４～１８）

基本問題を簡単に解説し、標準～応用問題を中心に解説したいと思います。

また、夏休み明けの全統模試の問題から２次関数の問題を３年分配布します。時間が余れば解説したいと思います。

（模試が「最大最小問題」がメインなので、今回の講座でも、最大最小問題をやや難しめにしてあります）

1 [2016 法政大]

a を実数の定数とし，2 次関数 $y=x^2-2ax+3a$ の $0\leqq x\leqq 4$ における最大値を M，最小値を m とする。

(1)　$a=3$ のとき，$M=$ ア $\boxed{}$ かつ $m=$ イ $\boxed{}$ である。

(2)　$m=-4$ のとき，$a=$ ウ $\boxed{}$，$-\dfrac{\text{エ}\boxed{}}{\text{オ}\boxed{}}$ である。

2 [2010 神戸大]

実数 a，b に対して，$f(x)=a(x-b)^2$ とおく。ただし，a は正とする。放物線 $y=f(x)$ が直線 $y=-4x+4$ に接している。

(1)　b を a を用いて表せ。

(2)　$0\leqq x\leqq 2$ において，$f(x)$ の最大値 $M(a)$ と，最小値 $m(a)$ を求めよ。

(3)　a が正の実数を動くとき，$M(a)$ の最小値を求めよ。

3 [2008 同志社大]

x の 2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+a+2$ を考える。$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最大値を M，最小値を m とおく。

(1)　$a<0$ のとき，M，m を a を用いてそれぞれ表せ。

(2)　$0\leqq a<\dfrac{3}{2}$ のとき，M，m を a を用いてそれぞれ表せ。

(3)　$0\leqq x\leqq 3$ を満たすすべての x について不等式 $0<f(x)<6$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

4 [2015 東京理科大]

a を実数の定数とし，x の関数 $f(x)=ax^2+4ax+a^2-1$ を考える。区間 $-4\leqq x\leqq 1$ における関数 $f(x)$ の最大値が 5 であるとき，定数 a の値を求めよ。

5 [2012 関西学院大]

xy 平面における放物線 $y=x^2-4x+1$ は放物線 $y=x^2$ を x 軸方向に ア $\boxed{}$，y 軸方向に イ $\boxed{}$ だけ平行移動することによって得られる。

関数 $y=x^2-4x+1$ $(a\leqq x\leqq a+1)$ の最小値を m とおく。ただし，a は実数である。

$a<1$ の場合は $m=$ ウ $\boxed{}$ であり，$1\leqq a\leqq 2$ の場合は $m=$ エ $\boxed{}$ であり，$a>2$ の場合は $m=$ オ $\boxed{}$ である。

6 [2014 東北学院大]

2 次関数 $f(x)=x^2-2ax+a+2$ について，次の問いに答えよ。

(1)　$y=f(x)$ のグラフが点 $(1,\ 1)$ を通るとき，a の値を求めよ。

(2)　$0\leqq x\leqq 3$ における $f(x)$ の最小値を m とするとき，a を用いて m を表せ。

(3)　$0\leqq x\leqq 3$ において，常に $f(x)>0$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

入試数学の第一歩　　～2次関数を極めて、入試数学の世界に１歩踏み出そう～

２次関数の問題はすべての入試問題の基本です。２次関数を極めることは入試数学突破への第一歩となるので、しっかりと学習しよう。今回は、大きく３分野に分類しました。

最大最小問題（１～６）　２次方程式の解の問題（７～１３）　不等式の問題（１４～１８）

基本問題を簡単に解説し、標準～応用問題を中心に解説したいと思います。

また、夏休み明けの全統模試の問題から２次関数の問題を３年分配布します。時間が余れば解説したいと思います。

（模試が「最大最小問題」がメインなので、今回の講座でも、最大最小問題をやや難しめにしてあります）

7 [2004 関西大]基本

2 次方程式 $x^2+2x+k=0$ が 1 より大きい解と 1 より小さい解をもつとき，k の値の範囲を求めよ.

8 [2014 福島大]基本

2 次方程式 $2x^2-kx+1=0$ が，$0<x<1$ および $1<x<2$ の範囲に解を 1 つずつもつとき，定数 k の値の範囲を求めよ。

9 [2011 追手門学院大]基本

2 次方程式 $x^2-(a+3)x+a^2=0$ (a は定数とする) について，次の問いに答えよ。

(1)　この方程式が異なる 2 つの実数解をもつとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

(2)　この方程式が異なる 2 つの実数解をもち，その解がともに 1 より大きくなるとき，定数 a の値の範囲を求めよ。

10 [2013 東北大]標準

a を実数とする。

(1)　2 次方程式 $x^2-2(a+1)x+3a=0$ が，$-1\leqq x\leqq 3$ の範囲に 2 つの異なる実数解をもつような a の値の範囲を求めよ。

(2)　a が (1) で求めた範囲を動くとき，放物線 $y=x^2-2(a+1)x+3a$ の頂点の y 座標がとりうる値の範囲を求めよ。

11 [2012 名城大]標準

a を実数とする 2 次方程式 $x^2+ax+a-2=0$ について，次の問いに答えよ。

(1)　任意の a に対して，この 2 次方程式が異なる 2 つの実数解をもつことを示せ。

(2)　この 2 次方程式の実数解を α，β とするとき，α，β が異なる符号をもつような a の値の範囲を求めよ。

(3)　$5<|\alpha-\beta|<6$ となるような a の値の範囲を求めよ。

12 [2008 群馬大]応用

放物線 $y=x^2+ax+2$ が，2 点 A (0，1)，B (2，3) を結ぶ線分と異なる 2 点で交わるときの a の値の範囲を求めよ。

13 [2011 大阪府立大]応用

a を定数とする。放物線 $y=x^2+a$ と関数 $y=4|x-1|-3$ のグラフとの共有点の個数を求めよ。

入試数学の第一歩　　～2次関数を極めて、入試数学の世界に１歩踏み出そう～

２次関数の問題はすべての入試問題の基本です。２次関数を極めることは入試数学突破への第一歩となるので、しっかりと学習しよう。今回は、大きく３分野に分類しました。

最大最小問題（１～６）　２次方程式の解の問題（７～１３）　不等式の問題（１４～１８）

基本問題を簡単に解説し、標準～応用問題を中心に解説したいと思います。

また、夏休み明けの全統模試の問題から２次関数の問題を３年分配布します。時間が余れば解説したいと思います。

（模試が「最大最小問題」がメインなので、今回の講座でも、最大最小問題をやや難しめにしてあります）

14 [2012 岩手大]基本

2 次不等式 $x^2+(a-3)x+a>0$ がすべての実数 x について成り立つように，実数 a の値の範囲を求めよ。

15 [2007 奈良大]基本

2 つの 2 次関数 $f(x)=x^2+2kx+2$，$g(x)=3x^2+4x+3$ に対して，すべての x で，$g(x)>f(x)$ となるような定数 k の値の範囲を求めよ。

16 [2012 千葉工業大]標準

すべての実数 x に対して $ax^2+(a+1)x+a<0$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

17 [2012 福岡大]標準

$x<0$ のとき，$x^2+ax+4\geqq 0$ が成り立つような定数 a の値の範囲を求めよ。

18 [2011 神戸大]応用

a を実数とし，$f(x)=x^2-2x+2$，$g(x)=-x^2+ax+a$ とする。

(1)　すべての実数 s，t に対して $f(s)\geqq g(t)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。

(2)　$0\leqq x\leqq 1$ を満たすすべての x に対して $f(x)\geqq g(x)$ が成り立つような a の値の範囲を求めよ。