

高2 駿台模試対策講座 数学(第1回) 2017.9.11 実施

高2第2回駿台模試「図形と方程式」分野の過去7年分の問題を見ると、いずれも教科書や4STEPレベルの標準的な問題ばかりでした。基礎基本がきっちり定着できていたら、計算ミスさえなければ、十分に満点が見込まれる分野だと思いますので、焦らず、落ち着いて、取り組んでください。

論理的思考力というよりも、典型的な問題を確実に解けるかどうか、を要求しているようです。なので、対策としては、教科書の内容をもう一度しっかりと見直し、典型的な問題の解法を再確認しておく必要があるでしょう。

ざっと、7年間のテーマをまとめると次のようになります。

過去7年間(2010~2016)の問題から浮かび上がってくるキーワード

- 線形計画法とはどんな手法か。特に、 $2x + y$, $x^2 + y^2$, $\frac{y}{x}$ の最大最小を与える点 (x, y) を求める手法。(2010)
- 円と直線の位置関係(2011, 2012, 2013, 2015, 2016)
- 2円の位置関係の調べ方。(2011, 2012)
- 円と放物線の位置関係の調べ方。(2014)
- 2直線の位置関係について。(2014)
- アポロニウスの円とはどのような円か。(2013)
- 重心の軌跡を求める手法と注意点。(2015)
- 円と直線が交わるとき、直線が移動したときの弦の中点の軌跡の求め方。(2013)
- 円と直線が交わるとき、切り取る弦の長さの求め方。(2016)

また、過去6年間に未出題の内容で、今後出題が予想されるテーマとしては次のようなものがあるでしょうか。

過去7年間(2010~2016)に全く出題されてないキーワード

- 「2直線の交点を通る直線」、「2円の交点を通る円」の考え方。
- 2円が交わっているとき、その交点を通る直線が、2つ円の方程式を引き算すれば得られる理由。
- 「円上の点Pにおける接線」と「点Pから円に引いた接線」の求め方。
- 初等幾何的に処理する問題(円周角、中線定理などの利用)。

まっ、あくまでも7年間分の問題だけを見ての傾向と対策ですので、実際どうなるかわかりません。「どんな問題が出るか当てに行く」のではなく、「どんな問題が出ても大丈夫」なように入念に準備をしておきましょう。

過去、4年分の問題を紹介しますが、今回の講座では、1, 3を解説したいと思います。時間が余れば、他の問題もやります。

1 (2013年 第2回駿台模試)

2点 A(-1, 0), B(2, 0)に対して, AP : BP = 2 : 1 であるような点 P の軌跡を C とする. 次の問い合わせに答えよ.

(1) 軌跡 C の方程式を求めよ.

(2) 点 A を通る直線 $l: y = m(x + 1)$ と軌跡 C が異なる 2 点 Q, R で交わるような m の値の範囲を求めよ.

(3) m が (2) で求めた値の範囲を動くとき, 弦 QR の中点 M の軌跡を求め, 図示せよ.

2 (2014年 第2回駿台模試)

k は正の定数とする. 2点 A(1, 0), B(-1, 0) と直線 $l: y = k$ 上の点 P がある. 点 A を通り AP に垂直な直線を m_A , 点 B を通り BP に垂直な直線を m_B とし, m_A と m_B の交点を Q とする. 次の問い合わせに答えよ.

(1) 点 P の座標を (t, k) とする. 2直線, m_A , m_B の方程式をそれぞれ t , k を用いて表せ.

(2) 点 P が直線 l 上を動くとき, 点 Q の軌跡 C の方程式を求めよ.

(3) (2) の軌跡 C と円 $x^2 + y^2 = \frac{3}{4}$ が 4 つの共有点をもつような k の値の範囲を求めよ.

3 (2015年 第2回駿台模試)

k は実数の定数とし, 円

$$x^2 + y^2 - 2kx - 2ky + 2k^2 - 5 = 0$$

を C とする. 2点 A(-1, 0), B(1, -1) を通る直線と円 C が異なる 2 点 P, Q で交わるとき, 次の問い合わせに答えよ.

(1) 直線 AB の方程式を求めよ. また, 円 C の中心 R の座標および半径を求めよ.

(2) k の値を求めよ.

(3) 3点 P, Q, R が一直線上にないとき, $\triangle PQR$ の重心 G の軌跡を求めよ.

4 (2016年 第2回駿台模試)

m は $m < 0$ を満たす定数とする. 2点 (-1, 11), (5, 3) を直径の両端とする円 C と直線 $l: x + my + 2 = 0$ は異なる 2 点 P, Q で交わり, $PQ = 2\sqrt{5}$ である. 次の問い合わせに答えよ.

(1) 円 C の方程式を求めよ.

(2) m の値を求めよ.

(3) 円 C の中心を A とするとき, 3点 A, B, C を通る円の方程式を求めよ.