2018夏セミ 高1女子英数 数学S 「三角関数」 (担当 赤阪ま)1~4 基礎 5~10 標準 11~15 応用 16~18 マニアック基礎を軽くこなして、標準~応用をやります。頑張ってついてきてくださ~い

1 [2013 防衛大学校]超基礎

関数 $f(x) = \cos 2x + 2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin x$ について次の問いに答えよ。

- (1) f(x) を $\cos x$ の式で表せ。 (2) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ の値を求めよ。
- (3) f(x) の最大値 M と最小値 m を求めよ。

2 [2008 小樽商科大]基礎

関数 $3\sin^2 x + 4\sin x \cos x - \cos^2 x$ の $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ における最大値 M と最小値 m を求めよ。

3 [2013 弘前大]基礎

 $0 \le x < 2\pi$ のとき,方程式 $\sin x \cos x + \sqrt{2}(\sin x + \cos x) = \frac{3}{4}$ を解け。

2018夏セミ 高1女子英数 数学S 「三角関数」 (担当 赤阪ま)1~4基礎5~10標準11~15応用16~18マニアック基礎を軽くこなして、標準~応用をやります。頑張ってついてきてくださ~い

4 [2015 名古屋市立大]基礎

関数 $f(x) = \sin 2x + \sqrt{6}(\cos x - \sin x) - \frac{7}{4}$ について、次の問いに答えよ。

ただし, $0 \le x \le 2\pi$ とする。

- (1) $t = \cos x \sin x$ とおく。t のとりうる値の範囲を求め、f(x) を t の式で表せ。
- (2) f(x) の最大値と最小値、およびそれらを与える x の値を求めよ。

5 [2014 鳥取大]標準

実数の定数 a, b に対し、関数 $f(x) = \sin^2 2x - a(4\cos^2 x - \cos 2x - 2) + b$ が与えられている。

- $||(1)||_{t=\cos 2x}$ として f(x) を t, a, b を用いて表せ。
- (2) すべての実数 x に対して不等式 $-1 \le f(x) \le 3$ が成り立つような点 (a, b) の範囲を図示せよ。

6 [2003 中央大]標準

関数 $y=3\cos\theta+4\sin\theta$ (0° $\leq\theta\leq90$ °) について

- (1) yのとりうる値の範囲を求めよ.
- |(2) y が最大値をとるときの $\sin \theta$, $\cos \theta$ の値を求めよ.
- (3) y が最大値をとるときの $z=3\sin 2\theta + 4\cos 2\theta$ の値を求めよ.

7 [2008 関西大]標準

 $3\sin x + \cos x = c$ が $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$ で異なる 2 つの解をもつような c の値の範囲を求めよ。

8 [2012 岩手大]標準

関数 $f(x) = 2\sin^2 x + 4\sin x + 3\cos 2x$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $0 \le x < 2\pi$ である。

- (1) $t = \sin x$ とするとき, f(x) を t の式で表せ。
- (2) f(x) の最大値と最小値を求めよ。また、そのときのxの値をすべて求めよ。
- (3) 方程式 f(x) = a の相異なる解が 4 個であるような実数 a の値の範囲を求めよ。

9 [2017 三重大]標準

k を定数として θ の方程式 $\cos 2\theta = k \sin \theta \left(-\frac{\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2} \right)$ を考える。

- (1) この方程式が異なる2つの解をもつようなkの値の範囲を求めよ。
- (2) k が (1) の範囲にあるとして、2 つの解を $\theta = \alpha$ 、 β とおく。 $\sin \alpha \sin \beta$ の値を求めよ。 さらに、 $\sin \alpha + \sin \beta$ 、 $\cos(\alpha + \beta)$ の値を k を用いて表せ。

10 [2003 横浜国立大]標準

 \triangle ABC において、a=BC、b=CA、c=AB とする.

- (1) $\frac{\tan A}{a^2} = \frac{\tan B}{b^2}$ が成り立つ $\triangle ABC$ はどのような三角形か.
- (2) $b=rac{a+c}{2}$ が成り立つ $\triangle ABC$ に対し, $anrac{A}{2} anrac{C}{2}$ の値を求めよ.

11 [2006 山口大]応用

a を定数とする。x についての方程式 $\cos^2 x + 2a\sin x - a - 1 = 0$ の $0 \le x < 2\pi$ における 異なる実数解の個数を求めよ。

12 [2007 静岡大]応用

- (1) $t = \sin \theta + \cos \theta$ とおく。 $\sin \theta \cos \theta$ を t を用いて表せ。
- (2) $0 \le \theta \le \pi$ のとき, $t = \sin \theta + \cos \theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) $0 \le \theta \le \pi$ のとき、 θ の方程式 $2\sin\theta\cos\theta 2(\sin\theta + \cos\theta) k = 0$ の解の個数を、定数 k が次の 3 つの値の場合について調べよ。

 $k=1, k=1-2\sqrt{2}, k=-1.9$

 2018夏セミ 高1女子英数 数学S 「三角関数」 (担当 赤阪ま)
 1~4
 基礎
 5~10
 標準
 1 1~15
 応用
 1 6~18
 マニアック

 基礎を軽くこなして、標準~応用をやります。頑張ってついてきてくださ~い

13 [1999 島根大]応用

関数 $f(\theta) = a(\sqrt{3}\sin\theta + \cos\theta) + \sin\theta(\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta)$ について、次の問いに答えよ. ただし、 $0^{\circ} \le \theta \le 180^{\circ}$ とする.

- (2) $\sin \theta (\sin \theta + \sqrt{3}\cos \theta)$ を t を用いて表せ.
- (3) 方程式 $f(\theta) = 0$ が相異なる 3 つの解をもつときの a の値の範囲を求めよ.

[14]2016年 第2回京大オープン(文系)応用

辺BCを共有する2つの三角形ABC、BCDがあり、AB= $\sqrt{2}$ 、AC=1、BC=CD、 \angle BDC=90°を満たしている。この2つの三角形の面積の和の最大値を求めよ。

[15]2016年 第1回京大オープン(文系)応用

三角形ABCがあり、 $\angle BCA = \frac{\pi}{3}$ 、BC = a、CA = b、AB = 1 とする。a + bのとり得る値の範囲を求めよ。

2018夏セミ 高1女子英数 数学S 「三角関数」 (担当 赤阪ま) 基礎を軽くこなして、標準~応用をやります。頑張ってついてきてくださ~い

1~4 基礎 5~10 標準 11~15 応用 16~18 マニアック

16 [1996 京都大]応用

(1) $\cos 5\theta = f(\cos \theta)$ を満たす多項式 f(x) を求めよ.

(2) $\alpha=18^{\circ}$ とするとき、 $\cos\alpha\cos3\alpha\cos7\alpha\cos9\alpha=\frac{5}{16}$ を示せ.

a, b, c は整数で, a < b < c を満たす. 放物線 $y = x^2$ 上に 3 点 A (a, a^2) , B (b, b^2) , $C(c, c^2)$ をとる.

- ||(1)|| $\angle BAC = 60$ °とはならないことを示せ. ただし, $\sqrt{3}$ が無理数であることを証明なし に用いてよい.
- (2) a=-3 のとき、 $\angle BAC=45$ °となる組(b, c) をすべて求めよ.

1980年の東京大学(文系)の第1問を紹介します。 問題は授業で黒板に書きます。