２０２０冬せみ　文理共通数学①「数列」（男子英数コース）

1〜8　等差数列と等比数列　など　　9〜１５　漸化式　　１６〜１９　数学的帰納法　　２０〜２４　確率漸化式

基礎〜標準問題をマスターすることを目標にしよう。ところで、ニューグローバル問題集やってるか？

---

1 [2008 岩手大]基礎

ある等差数列の第 n 項を a_n とするとき，

$$a_{10}+a_{11}+a_{12}+a_{13}+a_{14}=365,\quad a_{15}+a_{17}+a_{19}=-6$$

が成立している。

(1)　この等差数列の初項と公差を求めよ。

(2)　この等差数列の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，S_n の最大値を求めよ。

2 [2014 同志社大]基礎

初項 a_1，公比 r が正の数である等比数列 $\{a_n\}$ について $a_2=6$，$a_5=48$ が成り立っている。

このとき，$a_1=$ ア□，$r=$ イ□ である。したがって，

$a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2+\cdots\cdots+a_n{}^2=$ ウ□ となる。$b_n=a_na_{n+1}$ とすると数列 $\{b_n\}$ も公比

エ□ の等比数列となり，$b_1+b_2+b_3+\cdots\cdots+b_n=$ オ□ である。

3 [2009 学習院大]基礎

数列 $\{a_n\}$ は等差数列，$\{b_n\}$ は公比が正の等比数列で，$a_1=1$，$b_1=3$，$a_2+2b_2=21$，$a_4+2b_4=169$ を満たすとする。

(1)　一般項 a_n，b_n を求めよ。　　(2)　$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k}$ を求めよ。

4 [2016 名城大]基礎

数列 $\{a_n\}$ の初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 S_n が $S_n=n^3+3n^2+2n$ であるとする。

(1)　a_1，a_2 を求めよ。　　(2)　一般項 a_n を求めよ。

(3)　$\sum_{k=1}^{100}\frac{1}{a_k}$ を求めよ。

5 [2009 同志社大]標準

次の和を求めよ。

(1)　$\frac{1}{1\cdot3}+\frac{1}{3\cdot5}+\frac{1}{5\cdot7}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$

(2)　$\frac{1}{1\cdot3\cdot5}+\frac{1}{3\cdot5\cdot7}+\frac{1}{5\cdot7\cdot9}+\cdots\cdots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$

(3)　$\frac{2}{1\cdot3\cdot5}+\frac{4}{3\cdot5\cdot7}+\frac{6}{5\cdot7\cdot9}+\cdots\cdots+\frac{2n}{(2n-1)(2n+1)(2n+3)}$

6 [2014 関西大]標準

自然数の列を，次のように奇数個ずつの群に分ける。

| 1, 2, 3 | 4, 5, 6, 7, 8 | 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 | 16, ……

第１群　　第２群　　第３群

(1)　第 n 群（$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$）の最初の自然数は ア□ であり，第 n 群の最後の自然数は イ□ である。

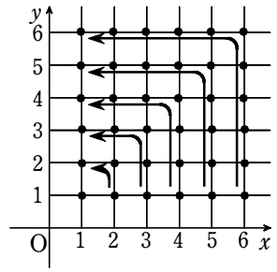
(2)　第 n 群に含まれるすべての数の和を S_n とすると，$S_n=$ ウ□ であり，不等式 $\frac{S_{n+1}}{S_n}<\frac{3}{2}$ を満たす最小の自然数 n は エ□ である。

(3)　2014 は第 オ□ 群の カ□ 番目の自然数である。

(4)　自然数 k の平方根 $\sqrt{k}$ の整数部分を a_k とする。このとき，$a_3=$ キ□，$\sum_{k=1}^{15}a_k=$ ク□ であり，$\sum_{k=1}^{2014}a_k=$ ケ□ である。

7 [2011 山口大]標準

座標平面上の自然数を成分とする点 $(m,\ n)$ に，有理数 $\frac{n}{m}$ を対応させる。右の図のように，点 $(1,\ 1)$ から矢印の順番にしたがって，対応する有理数を並べ，次のような数列をつくる。



$\frac{1}{1},\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{2},\ \frac{2}{1},\ \frac{1}{3},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{3}{1},\ \frac{1}{4},\ \frac{2}{4},\ \frac{3}{4},$

$\frac{4}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{4}{2},\ \frac{4}{1},\ \cdots\cdots$

(1)　有理数 $\frac{11}{8}$ が初めて現れるのは第何項かを求めよ。

(2)　第 160 項を求めよ。

(3)　第 1000 項までに，値が 2 となる項の総数を求めよ。

8 [2016 慶応義塾大]応用

自然数 n に対して $m\leqq\log_2 n<m+1$ を満たす整数 m を a_n で表すことにする。このとき $a_{2016}=$ ア□ である。また，自然数 k に対して $a_n=k$ を満たす n は全部で イ□ 個あり，そのような n のうちで最大のものは $n=$ ウ□ である。更に，$\sum_{n=1}^{2016}a_n=$ エ□ である。

２０２０冬せみ　文理共通数学①「数列」（男子英数コース）

1〜8　等差数列と等比数列　など　　9〜１５　漸化式　　１６〜１９　数学的帰納法　　２０〜２４　確率漸化式

基礎〜標準問題をマスターすることを目標にしよう。ところで、ニューグローバル問題集やってるか？

9 [2010 大阪府立大]基礎

次の関係式を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項をそれぞれ求めよ。

(1)　$a_1=\dfrac{1}{4}$，$a_{n+1}=\dfrac{a_n}{3a_n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

(2)　$a_1=1$，$a_{n+1}=2a_n+3^n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$

10 [2013 熊本大]基礎

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が $S_n=2a_n+n^2$ で与えられるとき，次の問いに答えよ。

(1)　a_{n+1} を a_n を用いて表せ。

(2)　a_n を n の式で表せ。

11 [2009 島根大]基礎

数列 $\{a_n\}$ が関係式 $a_1=1$，$a_{n+1}\sqrt{a_n}=8$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たしている。

(1)　$b_n=\log_2 a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ とおくとき，b_{n+1} と b_n の間に成り立つ関係式を求めよ。

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。　　(3)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

12 [2009 新潟大]標準

数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1=\frac{1}{6},\ \frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=2\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たしている。また数列 $\{b_n\}$ は

$$b_1=8a_1a_2,\ b_{n+1}-b_n=8a_{n+1}a_{n+2}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

を満たしている。

(1)　数列 $\{a_n\}$ の一般項 a_n を n を用いて表せ。

(2)　数列 $\{b_n\}$ の一般項 b_n を n を用いて表せ。

13 [2015 静岡大]標準

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ がある。

$$a_1=\frac{1}{2},\ 3a_{n+1}=a_n-2a_{n+1}a_n\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

$$b_1=1,\ b_{n+1}=b_n+\frac{n}{a_n}\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

このとき，次の問いに答えよ。ただし，すべての自然数 n について $a_n>0$ である。

(1)　$c_n=\dfrac{1}{a_n}$ とおくとき，c_{n+1} と c_n の関係式を求めよ。

(2)　数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(3)　数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

14 [2016 横浜国立大]標準

数列 $\{a_n\}$ は $a_1=5$，${a_1}^2+{a_2}^2+\cdots\cdots+{a_n}^2=\dfrac{2}{3}a_na_{n+1}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たすとする。

(1)　a_2，a_3 を求めよ。

(2)　a_{n+2} を a_n，a_{n+1} を用いて表せ。

(3)　一般項 a_n を求めよ。

15 [2014 近畿大]応用

一般項が $a_n=\dfrac{1}{\sqrt{13}}\left\{\left(\dfrac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^n-\left(\dfrac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^n\right\}$ で与えられた数列 $\{a_n\}$ を考える。

(1)　この数列の初項 a_1 の値は ア［　　］，第 2 項 a_2 の値は イ［　　］である。

(2)　この数列は，漸化式 $a_{n+2}=a_{n+1}+$ ウ［　　］a_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たす。

(3)　この数列の第 7 項 a_7 の値は エ［　　］である。

(4)　この数列の初項から第 n 項までの和を S_n で表す。このとき

$a_{n+2}=$ オ［　　］$+$ カ［　　］S_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ が成り立つ。

(5)　この数列には，1 桁の素数 キ［　　］の倍数は現れない。

(6)　(4) で与えられた S_n が 10000 以上となるような最小の n の値は ク［　　］である。

２０２０冬せみ　文理共通数学①「数列」（男子英数コース）

$\boxed{1}$〜$\boxed{8}$　等差数列と等比数列　など　　$\boxed{9}$〜$\boxed{15}$　漸化式　　$\boxed{16}$〜$\boxed{19}$　数学的帰納法　　$\boxed{20}$〜$\boxed{24}$　確率漸化式

基礎〜標準問題をマスターすることを目標にしよう。ところで、ニューグローバル問題集やってるか？

$\boxed{16}$ [2014 学習院大]基礎

すべての自然数 n に対して，不等式

$$\frac{1}{\sqrt{1}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}}+\cdots\cdots+\frac{1}{\sqrt{2n-1}}>\sqrt{2n+1}-1$$

が成り立つことを示せ。

$\boxed{17}$ [2009 広島市立大]基礎

$a_1=\frac{1}{4}$，$a_{n+1}=\frac{3n+2}{n+2}\cdot\frac{1}{4-a_n}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ について，次の問いに答えよ。

(1)　a_2，a_3，a_4 を求めよ。

(2)　一般項 a_n を推定し，それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

$\boxed{18}$ [1997 東京大]標準

a, b は実数で $a^2+b^2=16, a^3+b^3=44$ を満たしている.

(1)　$a+b$ の値を求めよ.

(2)　n を 2 以上の整数とするとき，a^n+b^n は 4 で割り切れる整数であることを示せ.

$\boxed{19}$ [2002 福井大]標準

次の条件で定められた数列 $\{a_n\}$ を考える.

$$a_1=1,\ a_{n+1}=\frac{3}{n}(a_1+a_2+\cdots\cdots+a_n)\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$$

(1)　a_2，a_3，a_4，a_5，a_6 を求めて，一般項 a_n を n の式で表せ.

(2)　(1) で求めた一般項 a_n が正しいことを数学的帰納法を用いて示せ.

$\boxed{20}$ [2014 大分大]基礎

正三角形 ABC があり，点 X は正三角形 ABC の頂点を移動する点である。サイコロを投げて 5 の目が出たとき点 X は時計回りに隣の頂点に移動し，6 の目が出たとき点 X は反時計回りに隣の頂点に移動し，それ以外の目が出たとき点 X は移動しない。はじめに点 X は頂点 Aにあるとし，サイコロを n 回投げたとき点 X が頂点 A にある確率を P_n とする。

(1)　P_1，P_2，P_3 を求めよ。　　(2)　P_{n+1} を P_n を用いて表せ。

(3)　P_n を求めよ。

$\boxed{21}$ [2010 産業医科大]基礎

1，2，3，4，5，6，7，8 の数字が書かれた 8 枚のカードの中から 1 枚取り出してもとに戻すことを n 回行う。この n 回の試行で，数字 8 のカードが取り出される回数が奇数である確率を p_n とするとき，p_n を n の式で表すと $\boxed{}$ である。

$\boxed{22}$ [2013 北海道大]応用

相異なる 3 点 A，B，C の上を動く点 P がある。点 P の 1 秒後の位置が以下のルールに従って定まるものとする。

(i)　A にいるときは，確率 $\frac{1}{3}$ で A にとどまるか，確率 $\frac{1}{3}$ で B に移るか，確率 $\frac{1}{3}$ で C に移る。

(ii)　B にいるときは，必ず C に移る。

(iii)　C にいるときは，確率 $\frac{1}{2}$ で A に移るか，確率 $\frac{1}{2}$ で B に移る。

いま，点 P が A からスタートしてこのルールに従って n 秒後に A，B，C にいる確率をそれぞれ a_n，b_n，c_n とする。

(1)　a_1，b_1，c_1，a_2，b_2，c_2 を求めよ。

(2)　$n\geqq 2$ のとき，a_n を a_{n-1}，b_{n-1}，c_{n-1} を用いて表せ。

(3)　a_n，b_n，c_n を求めよ。

$\boxed{23}$ [2017 京都大]応用

n を自然数とする。n 個の箱すべてに $\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$，$\boxed{4}$，$\boxed{5}$ の 5 種類のカードがそれぞれ 1 枚ずつ計 5 枚入っている。おのおのの箱から 1 枚ずつカードを取り出し，取り出した順に左から並べて n 桁の数 X を作る。このとき，X が 3 で割り切れる確率を求めよ。

$\boxed{24}$ [2005 京都大]応用

先頭車両から順に 1 から n までの番号のついた n 両編成の列車がある。ただし $n\geqq 2$ とする。各車両を赤色，青色，黄色のいずれか 1 色で塗るとき，隣り合った車両の少なくとも一方が赤色となるような色の塗り方は何通りか。