$\boxed{1}$ [1999 北海道大]

関数 $f(x)=\dfrac{1}{1+e^{-px}}-ax$ が極値をもつように，定数 a の値の範囲を定めよ．ただし，p は正の定数で，e は自然対数の底である．

$\boxed{2}$ [2012 東北大]

空間内に 4 点 A$(0,\ 0,\ 1)$，B$(3,\ 1,\ 1)$，C$(1,\ 4,\ 4)$，D$(1,\ 1,\ 2)$ がある。

点 A を含み，直線 AD に垂直な平面を L とする。

(1) $0<t<1$ に対し，線分 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を N とする。

点 N から平面 L に下ろした垂線と L の交点を H とするとき，点 H の座標を求めよ。

(2) P を平面 L 上を動く点とするとき，$2\mathrm{PB}^2+\mathrm{PC}^2$ の最小値を求めよ。

$\boxed{3}$ [2011 九州大]

数列 $a_1,\ a_2,\ \cdots\cdots,\ a_n,\ \cdots\cdots$ は

$$a_{n+1}=\frac{2a_n}{1-{a_n}^2},\quad n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$$

を満たしているとする。

(1) $a_1=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ とするとき，一般項 a_n を求めよ。

(2) $\tan\dfrac{\pi}{12}$ の値を求めよ。

(3) $a_1=\tan\dfrac{\pi}{20}$ とするとき，

$$a_{n+k}=a_n,\quad n=3,\ 4,\ 5,\ \cdots\cdots$$

を満たす最小の自然数 k を求めよ。

$\boxed{4}$ [2007 日本医科大]

平面上に定点 P，O を，距離 $\overline{\mathrm{PO}}$ が 1 となるようにとり，O を中心とする半径 r $(r<1)$ の円を考える。P からこの円に 2 本の接線を引いたとき，その接点を A，B とし，線分 PA，PB と円弧 AB の短い方で囲まれる領域を T とする。r を $0<r<1$ の範囲で動かすとき，T の面積を最大にするような r の値 r_0 がただ 1 つ存在することを示し，そのときの T の周の長さを r_0 を用いて表せ。

$\boxed{5}$ [2008 名古屋大]

曲線 C : $y=\log x$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ \log a)$，点 $\mathrm{Q}(b,\ \log b)$ $(1<a<b)$ をとる。点 P，Q から x 軸に下ろした 2 本の垂線と x 軸および曲線 C で囲まれた部分の面積を S とする。点 P，Q から y 軸に下ろした 2 本の垂線と y 軸および曲線 C で囲まれた部分の面積を T とする。このとき，$S=T$ となるように b がとれる a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{6}$ [2013 東北大]

袋の中に 1，2，3，4，5 の番号が 1 つずつ書かれた 5 つの玉が入っている。この中から無作為に 1 個の玉を取り出し，玉に書かれている数字を記録したのち袋に戻すという操作を行う。その操作を繰り返し，記録された数字の和が 3 の倍数になった時点で終了する。ただし，1 回目で 3 の倍数が出た場合は，その時点で終了とする。n 回目の操作で終了する確率を p_n とする。

(1) p_1，p_2 を求めよ。

(2) $n \geqq 3$ のとき，p_n を n の式で表せ。