$\boxed{1}$ [2007 名古屋大]

(1) 関数 $f(x)=2x^3-3x^2+1$ のグラフをかけ。

(2) 方程式 $f(x)=a$ (a は実数) が相異なる 3 つの実数解 $\alpha<\beta<\gamma$ をもつとする。
$l=\gamma-\alpha$ を β のみを用いて表せ。

(3) a が (2) の条件のもとで変化するとき，l の動く範囲を求めよ。

$\boxed{2}$ [2010 千葉大]

a を 1 より大きい実数とし，座標平面上に，点 O (0, 0)，A (1, 0) をとる。曲線 $y=\dfrac{1}{x}$ 上の点 $\mathrm{P}\left(p,\ \dfrac{1}{p}\right)$ と，曲線 $y=\dfrac{a}{x}$ 上の点 $\mathrm{Q}\left(q,\ \dfrac{a}{q}\right)$ が，3 条件

(ア) $p>0$，$q>0$　　(イ) $\angle\mathrm{AOP}<\angle\mathrm{AOQ}$

(ウ) $\triangle\mathrm{OPQ}$ の面積は 3 に等しい

を満たしながら動くとき，$\tan\angle\mathrm{POQ}$ の最大値が $\dfrac{3}{4}$ となるような a の値を求めよ。

$\boxed{3}$ [2002 大阪医科大]

自然数 n に対して，$0<k_n<1$ として，$(2n-2)\pi<x<2n\pi$ の範囲で定義された関数 $f_n(x)=\sin x+k_n x$ を考える.

(1) $f_n(x)$ が極小となる x がただ 1 つ存在することを示せ.

(2) $f_n(x)$ の極小値が 0 になるように k_n の値を定める．極小値をとる x の値を a_n とすると，$k_n\sqrt{1+{a_n}^2}$ は n によらない定数であることを示せ.

(3) (2) の k_n について，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} nk_n$ を求めよ.

$\boxed{4}$ [2000 大阪大]

実数 x に対して，x を超えない最大の整数を $[x]$ で表す．n を正の整数とし

$a_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\left[\sqrt{2n^2-k^2}\right]}{n^2}$ とおく．このとき，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}a_n$ を求めよ．

$\boxed{5}$ [2011 熊本大]

xyz 空間内の 3 点 $\mathrm{P}(0,\ 0,\ 1)$，$\mathrm{Q}(0,\ 0,\ -1)$，$\mathrm{R}(t,\ t^2-t+1,\ 0)$ を考える。t が $0\leqq t\leqq 2$ の範囲を動くとき，三角形 PQR が通過してできる立体を K とする。

(1) K を xy 平面で切ったときの断面積を求めよ。

(2) K の体積を求めよ。

$\boxed{6}$ [2013 東北大]

2 次の正方行列 A を $A=\begin{pmatrix}-\dfrac{1}{\sqrt{2}} & -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\\ \dfrac{1}{\sqrt{2}} & -\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$ で定める。

$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots$ に対して，点 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$ を関係式

$\begin{pmatrix}x_n\\ y_n\end{pmatrix}=A\begin{pmatrix}x_{n-1}\\ y_{n-1}\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定める。ただし，$x_0=1$，$y_0=0$ とする。

(1) A^4 を求めよ。

(2) $n=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots$ に対して，$\begin{pmatrix}x_n\\ y_n\end{pmatrix}=(E-A^{n+1})(E-A)^{-1}\begin{pmatrix}1\\ 0\end{pmatrix}$ が成り立つことを示せ。ただし，E は 2 次の単位行列とする。

(3) 原点 O から P_n までの距離 OP_n が最大となる n を求めよ。