$\boxed{1}$ [2011 東北大]

実数 a に対し，不等式 $y \leqq 2ax - a^2 + 2a + 2$ の表す座標平面上の領域を $D(a)$ とおく。

(1) $-1 \leqq a \leqq 2$ を満たすすべての a に対し $D(a)$ の点となるような点 $(p,\ q)$ の範囲を図示せよ。

(2) $-1 \leqq a \leqq 2$ を満たすいずれかの a に対し $D(a)$ の点となるような点 $(p,\ q)$ の範囲を図示せよ。

$\boxed{2}$ [2003 東京大]

O を原点とする複素数平面上で 6 を表す点を A，$7+7i$ を表す点を B とする．ただし，i は虚数単位である．正の実数 t に対し，$\dfrac{14(t-3)}{(1-i)t-7}$ を表す点 P をとる．

(1) $\angle$APB を求めよ．

(2) 線分 OP の長さが最大になる t の値を求めよ．

$\boxed{3}$ [2008 名古屋大]

曲線 C : $y = \log x$ 上の点 $\mathrm{P}(a,\ \log a)$，点 $\mathrm{Q}(b,\ \log b)$ $(1 < a < b)$ をとる。点 P，Q から x 軸に下ろした 2 本の垂線と x 軸および曲線 C で囲まれた部分の面積を S とする。点 P，Q から y 軸に下ろした 2 本の垂線と y 軸および曲線 C で囲まれた部分の面積を T とする。このとき，$S = T$ となるように b がとれる a の値の範囲を求めよ。

$\boxed{4}$ [1999 大阪大]

xyz 空間内に2つの立体Kと Lがある．どのような a に対しても，平面 $z=a$ による立体Kの切り口は3点 $(0,\ 0,\ a)$，$(1,\ 0,\ a)$，$\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2},\ a\right)$ を頂点とする正三角形である．また，どのような a に対しても，平面 $y=a$ による立体Lの切り口は3点 $(0,\ a,\ 0)$，$\left(0,\ a,\ \dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)$，$\left(1,\ a,\ \dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ を頂点とする正三角形である．このとき，立体KとLの共通部分の体積を求めよ．

$\boxed{5}$ [2013 東京工業大]

k を定数とするとき，方程式 $e^x - x^e = k$ の異なる正の解の個数を求めよ。

$\boxed{6}$ [2002 大阪医科大]

自然数 n に対して，$0<k_n<1$ として，$(2n-2)\pi<x<2n\pi$ の範囲で定義された関数 $f_n(x)=\sin x+k_n x$ を考える．

(1) $f_n(x)$ が極小となる x がただ1つ存在することを示せ．

(2) $f_n(x)$ の極小値が0になるように k_n の値を定める．極小値をとる x の値を a_n とすると，$k_n\sqrt{1+{a_n}^2}$ は n によらない定数であることを示せ．

(3) (2)の k_n について，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} nk_n$ を求めよ．