$\boxed{1}$ [2009 宮崎大]

n を自然数とするとき，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{2}{\sqrt{5}}+\cdots\cdots+\frac{n}{\sqrt{n^2+1}}\right)$ を求めよ。

$\boxed{2}$ [2000 名古屋大]

座標空間内の 6 つの平面 $x=0$，$x=1$，$y=0$，$y=1$，$z=0$，$z=1$ で囲まれた立方体を C とする．$\vec{l}=(-a_1,\ -a_2,\ -a_3)$ を $a_1>0$，$a_2>0$，$a_3>0$ を満たし，大きさが 1 のベクトルとする．H を原点 O を通りベクトル $\vec{l}$ に垂直な平面とする．

このとき，ベクトル $\vec{l}$ を進行方向にもつ光線により平面 H に生じる立方体 C の影の面積を，a_1，a_2，a_3 を用いて表せ．ここに，C の影とは C 内の点から平面 H へ引いた垂線の足全体のなす図形である．

$\boxed{3}$ [1998 一橋大]

H 大学には 4 つの食堂があり，A 君と B さんは，それぞれ毎日正午に，前日とは異なる 3 つの食堂のうち 1 つを無作為に選んで昼食をとることにしている．最初の日，2 人は別々の食堂で食事をしたとして，次の確率を求めよ．

(1) n 日後に，初めて 2 人が食堂で出会う確率．ただし，$n\geqq 1$ とする．

(2) n 日後に，2 人が食堂で出会うのがちょうど 2 回目である確率．ただし，$n\geqq 2$ とする．

$\boxed{4}$ [2008 東京大]

座標平面上の 3 点 A$(1,\ 0)$，B$(-1,\ 0)$，C$(0,\ -1)$ に対し，$\angle\mathrm{APC}=\angle\mathrm{BPC}$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。ただし P$\neq$A，B，C とする。

$\boxed{5}$ [2003 東京大]

O を原点とする複素数平面上で 6 を表す点を A，$7+7i$ を表す点を B とする．ただし，i は虚数単位である．正の実数 t に対し，$\dfrac{14(t-3)}{(1-i)t-7}$ を表す点 P をとる．

(1) $\angle\mathrm{APB}$ を求めよ．

(2) 線分 OP の長さが最大になる t の値を求めよ．

$\boxed{6}$ [2006 東北大]

$x>0$ において，関数 $f(x)=x\sin\dfrac{\pi}{x}$ を考える。

(1) $f'(2)$ を求め，$x>2$ のとき $f'(x)<1$ であることを示せ。

(2) k が自然数のとき，$f'\left(\dfrac{1}{k}\right)$ を求めよ。

(3) $f'(x)=1$ となる x を値の大きいものから順に x_1，x_2，x_3，…… とおく。

$n\geqq 2$ である自然数 n に対して，$\dfrac{1}{n}<x_n<\dfrac{1}{n-1}$ を示せ。

(4) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} f(x_n)$ を求めよ。