$\boxed{1}$ [2013 東京工業大]

k を定数とするとき，方程式 $e^x - x^e = k$ の異なる正の解の個数を求めよ。

$\boxed{2}$ [2015 東京大]

正の実数 a に対して，座標平面上で次の放物線を考える。

$$C: \quad y = ax^2 + \frac{1-4a^2}{4a}$$

a が正の実数全体を動くとき，C の通過する領域を図示せよ。

$\boxed{3}$ [2015 一橋大]

座標平面上の原点を O とする。点 A$(a,\ 0)$，点 B$(0,\ b)$ および点 C が OC$=1$，AB$=$BC$=$CA を満たしながら動く。

(1) $s = a^2 + b^2$，$t = ab$ とする。s と t の関係を表す等式を求めよ。

(2) △ABC の面積のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{4}$ [2015 東京工業大]

数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 5$，$a_{n+1} = \dfrac{4a_n - 9}{a_n - 2}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ で定める。また数列 $\{b_n\}$ を

$b_n = \dfrac{a_1 + 2a_2 + \cdots\cdots + na_n}{1 + 2 + \cdots\cdots + n}$ $(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ と定める。

(1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(2) すべての n に対して，不等式 $b_n \leqq 3 + \dfrac{4}{n+1}$ が成り立つことを示せ。

(3) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty} b_n$ を求めよ。

$\boxed{5}$ [2014 岡山大]

(1) すべての実数 x，y に対して $x^2+y^2+2axy+2bx+1 \geqq 0$ が成り立つとする。このとき，実数 a，b が満たすべき条件を求め，その条件を満たす点 $(a,\ b)$ のなす領域を座標平面上に図示せよ。

(2) (1) の領域を点 $(a,\ b)$ が動くとき a^2+b の最大値と最小値を求めよ。

$\boxed{6}$ [2013 名古屋大]

$x>0$ とし，$f(x)=\log x^{100}$ とおく。

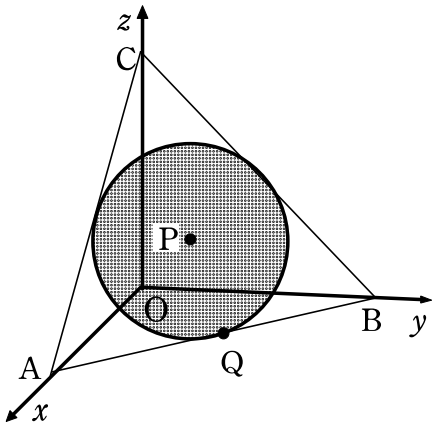
(1) 次の不等式を証明せよ。

$$\frac{100}{x+1}<f(x+1)-f(x)<\frac{100}{x}$$

(2) 実数 a の整数部分 ($k \leqq a < k+1$ となる整数 k) を $[a]$ で表す。整数 $[f(1)]$，$[f(2)]$，$[f(3)]$，……，$[f(1000)]$ のうちで異なるものの個数を求めよ。必要ならば $\log 10=2.3026$ として計算せよ。

$\boxed{7}$ [2013 筑波大]

xyz 空間において，点 A $(1,\ 0,\ 0)$，B $(0,\ 1,\ 0)$，C $(0,\ 0,\ 1)$ を通る平面上にあり，正三角形 ABC に内接する円板を D とする。円板 D の中心を P，円板 D と辺 AB の接点を Q とする。



(1) 点 P と点 Q の座標を求めよ。

(2) 円板 D が平面 $z=t$ と共有点をもつ t の範囲を求めよ。

(3) 円板 D と平面 $z=t$ の共通部分が線分であるとき，その線分の長さを t を用いて表せ。

(4) 円板 D を z 軸の周りに回転してできる立体の体積を求めよ。