2022 年理系

n を自然数とする．3 つの整数 n^2+2，n^4+2，n^6+2 の最大公約数 A_n を求めよ．

2021 年理系

n を 2 以上の整数とする．$3^n - 2^n$ が素数ならば n も素数であることを示せ.

2021 年文系

10 進法で表された数 6.75 を 2 進法で表せ．また，この数と 2 進法で表された数 101.0101 との積として与えられる数を 2 進法および 4 進法で表せ.

2021 年文系

p が素数ならば $p^4 + 14$ は素数でないことを示せ.

2020 年理系

正の整数 a に対して

$$a = 3^b c \ (b,\ c \text{ は整数で } c \text{ は } 3 \text{ で割り切れない})$$

の形に書いたとき，$B(a) = b$ と定める．例えば，$B(3^2 \cdot 5) = 2$ である．
m，n は整数で，次の条件を満たすとする．
(i) $1 \leqq m \leqq 30$.
(ii) $1 \leqq n \leqq 30$.
(iii) n は 3 で割り切れない．
このような $(m,\ n)$ について

$$f(m,\ n) = m^3 + n^2 + n + 3$$

とするとき，

$$A(m,\ n) = B(f(m,\ n))$$

の最大値を求めよ．また，$A(m,\ n)$ の最大値を与えるような $(m,\ n)$ をすべて求めよ．

2020 年文系

a を奇数とし，整数 m，n に対して，

$$f(m,\ n) = mn^2 + am^2 + n^2 + 8$$

とおく．$f(m,\ n)$ が 16 で割り切れるような整数の組 $(m,\ n)$ が存在するための a の条件を求めよ．

2019 年理系

$0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ とする．$\cos\theta$ は有理数ではないが，$\cos 2\theta$，$\cos 3\theta$ がともに有理数となるような θ の値を求めよ．ただし，p が素数のとき，$\sqrt{p}$ が有理数でないことは証明なしに用いてよい．

2019 年理系

$f(x) = x^3 + 2x^2 + 2$ とする．$\left|f(n)\right|$ と $\left|f(n+1)\right|$ がともに素数となる整数 n を求めよ．

2018 年文理共通

$n^3 - 7n + 9$ が素数となるような整数 n をすべて求めよ.

2017 年理系

p, q を自然数, α, β を $\tan\alpha = \dfrac{1}{p}$, $\tan\beta = \dfrac{1}{q}$ を満たす実数とする．このとき $\tan(\alpha + 2\beta) = 2$ を満たす p，q の組 $(p,\ q)$ をすべて求めよ．

2017 年文系

p，q を自然数，α，β を $\tan\alpha = \dfrac{1}{p}$，$\tan\beta = \dfrac{1}{q}$ を満たす実数とする．

（1）次の条件

$$\text{(A)} \qquad \tan(\alpha + 2\beta) = 2$$

を満たす p，q の組 $(p,\ q)$ のうち，$q \leqq 3$ であるものをすべて求めよ．

（2）条件（A）を満たす p，q の組 $(p,\ q)$ で，$q > 3$ であるものは存在しないことを示せ．

2017 年文系

次の問に答えよ．ただし，$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011$ であることは用いてよい．

（1）100 桁以下の自然数で，2 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．

（2）100 桁の自然数で，2 と 5 以外の素因数を持たないものの個数を求めよ．

2016 年理系

素数 p，q を用いて

$$p^q + q^p$$

と表される素数をすべて求めよ．

2016 年文系

n を 4 以上の自然数とする．数 2，21，1331 がすべて n 進法で表記されているとして，

$$2^{12} = 1331$$

が成り立っている．このとき n はいくつか．十進法で答えよ．

2015 年理系

a, b, c, d, e を正の実数として整式 $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = dx + e$ を考える．すべての正の整数 n に対して $\dfrac{f(n)}{g(n)}$ は整数であるとする．このとき，$f(x)$ は $g(x)$ で割り切れることを示せ．

2015 年文系

a, b, c, d, e を正の有理数として整式 $f(x) = ax^2 + bx + c$, $g(x) = dx + e$ を考える．すべての正の整数 n に対して $\dfrac{f(n)}{g(n)}$ は整数であるとする．このとき，$f(x)$ は $g(x)$ で割り切れることを示せ．

2014 年理系

自然数 a，b はどちらも 3 で割り切れないが，a^3+b^3 は 81 で割り切れる．このような a，b の組（a，b）のうち，a^2+b^2 を最小にするものと，そのときの a^2+b^2 の値を求めよ．

2013 年理系

n を自然数とし，整式 x^n を整式 x^2-2x-1 で割った余りを $ax+b$ とする．このとき a と b は整数であり，さらにそれらをともに割り切る素数は存在しないことを示せ．

2013 年文系

n と k を自然数とし，整式 x^n を整式 $(x-k)(x-k-1)$ で割った余りを $ax+b$ とする．

(1) a と b は整数であることを示せ．

(2) a と b をともに割り切る素数は存在しないことを示せ．

2012 年理系

(1) $\sqrt[3]{2}$ が無理数であることを証明せよ．

(2) $P(x)$ は有理数を係数とする x の多項式で，$P(\sqrt[3]{2}) = 0$ を満たしているとする．このとき $P(x)$ は $x^3 - 2$ で割り切れることを証明せよ．

2010 年理系（乙）

（1）n を正の整数，$a = 2^n$ とする．$3^a - 1$ は 2^{n+2} で割り切れるが 2^{n+3} では割り切れないことを示せ．

（2）m を正の偶数とする．$3^m - 1$ は 2^m で割り切れるならば $m = 2$ または $m = 4$ であることを示せ．

2009 年理系 (乙)

a と b を互いに素，すなわち 1 以外の公約数を持たない正の整数とし，さらに a は奇数とする．正の整数 n に対して a_n，b_n を $(a+b\sqrt{2})^n = a_n + b_n\sqrt{2}$ をみたすように定めるとき，次の (1)，(2) を示せ．ただし $\sqrt{2}$ が無理数であることは証明なしに用いてよい．

(1) a_2 は奇数であり，a_2 と b_2 は互いに素である．

(2) すべての n に対して，a_n は奇数であり，a_n と b_n は互いに素である．

2009 年理系 (甲) 文系共通

p を素数，n を正の整数とするとき，$(p^n)!$ は p で何回割り切れるか．

2007 年理系 (乙)(甲) 文系共通

p を 3 以上の素数とする．4 個の整数 a，b，c，d が次の 3 条件

$$a+b+c+d=0,$$
$$ad-bc+p=0,$$
$$a \geqq b \geqq c \geqq d$$

を満たすとき，a，b，c，d を p を用いて表せ．

2007 年文系

n を 1 以上の整数とするとき，次の 2 つの命題はそれぞれ正しいか．正しいときは証明し，正しくないときはその理由を述べよ．

命題 p : ある n に対して, $\sqrt{n}$ と $\sqrt{n+1}$ は共に有理数である．

命題 q : すべての n に対して, $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$ は無理数である．

2006 年前期理系

2 以上の自然数 n に対し，n と n^2+2 がともに素数になるのは $n=3$ の場合に限ることを示せ.

2005 年前期理系

$a^3-b^3=217$ を満たす整数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ.

2005 年前期文系

$a^3-b^3=65$ を満たす整数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ.

2004 年後期理系

n を自然数とする．次の 3 つの不等式 (1)，(2)，(3) をすべて満たす自然数の組 $(a,\ b,\ c,\ d)$ はいくつあるか．

(1)　$1 \leqq a < d \leqq n$

(2)　$a \leqq b < d$

(3)　$a < c \leqq d$

2004 年前期文系

n，a，b を 0 以上の整数とする．a，b を未知数とする方程式

(∗)　$a^2 + b^2 = 2^n$

を考える．

(1) $n \geqq 2$ とする．a，b が方程式 (∗) を満たすならば，a，b はともに偶数であることを証明せよ．（ただし，0 は偶数に含める．）

(2) 0 以上の整数 n に対して，方程式 (∗) を満たす 0 以上の整数の組 $(a,\ b)$ をすべて求めよ．

2003 年前期文系

p は 3 以上の素数であり，x，y は $0 \leqq x \leqq p$，$0 \leqq y \leqq p$ をみたす整数であるとする．このとき x^2 を $2p$ で割った余りと，y^2 を $2p$ で割った余りが等しければ，$x = y$ であることを示せ．

2002 年前期理系

$f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 1$ は整数を係数とする x の 4 次方程式である．4 次方程式 $f(x) = 0$ の重複も込めた 4 つの解のうち，2 つは整数で残りの 2 つは虚数であるという．このとき a，b，c の値を求めよ．

2002 年後期理系

$f(x)$ は x^n の係数が 1 である x の n 次式である．相異なる n 個の有理数 q_1，q_2，$\cdots$，q_n に対して，$f(q_1)$，$f(q_2)$，$\cdots$，$f(q_n)$ がすべて有理数であれば，$f(x)$ の係数はすべて有理数であることを数学的帰納法を用いて示せ．

2002 年前期文系

4 個の整数 1，a，b，c は $1 < a < b < c$ を満たしている．これらの中から相異なる 2 個を取り出して和を作ると，$1 + a$ から $b + c$ までのすべての整数の値が得られるという．a，b，c の値を求めよ．

2001 年前期理系

整数 n に対し，$f(n)=\dfrac{n(n-1)}{2}$ とおき，$a_n=i^{f(n)}$ と定める．ただし，i は虚数単位を表す．このとき，$a_{n+k}=a_n$ が任意の整数 n に対して成り立つような正の整数 k をすべて求めよ．

2001 年後期理系

方程式 $x^2+2y^2+2z^2-2xy-2xz+2yz-5=0$ をみたす正の整数の組 $(x,\ y,\ z)$ をすべて求めよ．

2001 年前期文系

任意の整数 n に対し，n^9-n^3 は 9 で割り切れることを示せ．

2000 年前期理系

p を素数，a，b を互いに素な正の整数とするとき，$(a+bi)^p$ は実数でないことを示せ．ただし i は虚数単位を表す．

2000 年後期理系

xy 平面上の点で x 座標，y 座標がともに整数である点を格子点という．a，k は整数で $a \geqq 2$ とし，直線 $L: ax+(a^2+1)y=k$ を考える．

(1) 直線 L 上の格子点を 1 つ求めよ．
(2) $k=a(a^2+1)$ のとき，$x>0$，$y>0$ の領域に直線 L 上の格子点は存在しないことを示せ．
(3) $k>a(a^2+1)$ ならば，$x>0$，$y>0$ の領域に直線 L 上の格子点が存在することを示せ．

2000 年前期文系

三角形 ABC において辺 BC，辺 CA，AB の長さをそれぞれ a，b，c とする．この三角形 ABC は次の条件 (イ)，(ロ)，(ハ) を満たすとする．

(イ) ともに 2 以上である自然数 p と q が存在して，$a=p+q$，$b=pq+p$，$c=pq+1$ となる．
(ロ) 自然数 n が存在して a，b，c のいずれかは 2^n である．
(ハ) $\angle$A，$\angle$B，$\angle$C のいずれかは 60° である．

(1) $\angle$A，$\angle$B，$\angle$C を大きさの順に並べよ．
(2) a，b，c を求めよ．

2000 年後期文系

xy 平面上の点で x 座標，y 座標がともに整数である点を格子点という．

(1) 格子点を頂点とする三角形の面積は $\dfrac{1}{2}$ 以上であることを示せ．
(2) 格子点を頂点とする凸四角形の面積が 1 であるとき，この四角形は平行四辺形であることを示せ．

1999 年前期理系

以下の問に答えよ．ただし $\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt{6}$ は無理数であることは使ってよい．

(1) 有理数 p，q，r について，$p+q\sqrt{2}+r\sqrt{3}=0$ ならば，$p=q=r=0$ であることを示せ．

(2) 実数係数の 2 次式 $f(x)=x^2+ax+b$ について，$f(1)$，$f(1+\sqrt{2})$，$f(\sqrt{3})$ のいずれかは無理数であることを示せ．

1999 年後期理系

a，b を整数，u，v を有理数とする．$u+v\sqrt{3}$ が $x^2+ax+b=0$ の解であるならば，u と v は共に整数であることを示せ．ただし $\sqrt{3}$ が無理数であることは使ってよい．

1999 年前期文系

0 以上の整数 x に対して，$C(x)$ で x の下 2 桁を表すことにする．たとえば，$C(12578)=78$，$C(6)=6$ である．n を 2 でも 5 でも割り切れない正の整数とする．

(1) x，y が 0 以上の整数のとき，$C(nx)=C(ny)$ ならば，$C(x)=C(y)$ であることを示せ．

(2) $C(nx)=1$ となる 0 以上の整数 x が存在することを示せ．

1999 年後期文系

自然数 a，b，c について，等式 $a^2+b^2=c^2$ が成り立ち，かつ a，b は互いに素とする．このとき，次のことを証明せよ．

(1) a が奇数ならば，b は偶数であり，したがって c は奇数である．

(2) a が奇数のとき，$a+c=2d^2$ となる自然数 d が存在する．

1998 年前期理系

$f(x) = x^2 + 7$ とおく．

(1) n は 3 以上の自然数で，ある自然数 a にたいして $f(a)$ は 2^n の倍数になっているとする．このとき $f(a)$ と $f(a + 2^{n-1})$ のうち少なくとも一方は 2^{n+1} の倍数であることを示せ．
(2) 任意の自然数 n にたいして $f(a_n)$ が 2^n の倍数となるような自然数 a_n が存在することを示せ．

1998 年後期文系

a，b，p，q はすべて自然数で，$\dfrac{p^2 + q^2}{a} = \dfrac{pq}{b}$ を満たしている．a と b の最大公約数が 1 のとき以下の問に答えよ．

(1) pq は b で割り切れることを示せ．
(2) $\sqrt{a + 2b}$ は自然数であることを示せ．

1997 年前期理系

n が相異なる素数 p, q の積, $n = pq$, であるとき, $(n-1)$ 個の数 ${}_n\mathrm{C}_k$ $(1 \leqq k \leqq n-1)$ の最大公約数は 1 であることを示せ.

1997 年後期理系

自然数 n と n 項数列 a_k $(1 \leqq k \leqq n)$ が与えられていて, 次の条件 (イ), (ロ) を満たしている.

(イ) a_k $(1 \leqq k \leqq n)$ はすべて正整数で, すべて 1 と $2n$ の間にある, $1 \leqq a_k \leqq 2n$.

(ロ) $s_j = \sum_{k=1}^{j} a_k$ とおくとき, s_j $(1 \leqq j \leqq n)$ はすべて平方数である. (整数の 2 乗である数を平方数という.)

このとき

(1) $s_n = n^2$ であることを示せ.

(2) a_k $(1 \leqq k \leqq n)$ を求めよ.

1997 年前期文系

自然数 n の約数の個数を d とする. n の約数すべてを小さい順に並べて得られる数列を a_k $(1 \leqq k \leqq d)$ とする. したがって, $a_1 = 1$, $a_d = n$, $a_k < a_{k+1}$ $(1 \leqq k < d)$ である. このとき, n に対する次の 2 つの条件 (イ), (ロ) は互いに同値 ((イ)$\Longleftrightarrow$(ロ)) であることを示せ.

(イ) n は 60 の倍数である.

(ロ) n は 6 個以上の約数をもち, $\dfrac{1}{a_3} + \dfrac{1}{a_6} = \dfrac{1}{a_2}$ となる.

1996 年前期理系

与えられた自然数 k に対し，数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 0$，$a_n = \left[\dfrac{a_{n-1} + k}{3}\right]$ $(n \geqq 2)$ によって定める．ただし実数 t に対し $[t]$ は t を超えない最大の整数を表す．

(1) $k = 8$ および $k = 9$ のとき，数列 $\{a_n\}$ を求めよ．

(2) すべての自然数 n に対し，次の 2 つの不等式

$$a_n \leqq \frac{k-1}{2}, \qquad a_n \leqq a_{n+1}$$

が成り立つことを示せ．

(3) $a_n = a_{n+1}$ ならば，n 以上のすべての整数 m に対し，$a_n = a_m$ であることを示し，このときの a_n の値を求めよ．

1996 年後期理系

m，n は自然数で，$m < n$ をみたすものとする．$m^n + 1$，$n^m + 1$ がともに 10 の倍数となる m，n を 1 組与えよ．

1996 年後期文系

n は 2 以上の自然数，p は素数，a_0，a_1，$\cdots$，a_{n-1} は整数とし，n 次式

$$f(x) = x^n + pa_{n-1}x^{n-1} + \cdots + pa_ix^i + \cdots + pa_0$$

を考える．

(1) 方程式 $f(x) = 0$ が整数解 α を持てば，α は p で割り切れることを示せ．

(2) a_0 が p で割り切れなければ，方程式 $f(x) = 0$ は整数解を持たないことを示せ．

1995 年前期理系

a，b は $a > b$ をみたす自然数とし，p，d は素数で $p > 2$ とする．このとき $a^p - b^p = d$ であるならば，d を $2p$ で割った余りが 1 であることを示せ．

1995 年後期文系

自然数 n の関数 $f(n)$，$g(n)$ を

$$f(n) = n \text{ を } 7 \text{ で割った余り},$$

$$g(n) = 3f\left(\sum_{k=1}^{7} k^n\right)$$

によって定める．

(1) すべての自然数 n に対して $f(n^7) = f(n)$ を示せ．

(2) あなたの好きな自然数 n を一つ決めて $g(n)$ を求めよ．その $g(n)$ の値をこの設問 (2) におけるあなたの得点とする．

1994 年前期理系

n を 0 または正の整数とする．a_n を，$a_0 = 1$，$a_1 = 2$，$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ によって定める．a_n を 3 で割った余りを b_n とし，$c_n = b_0 + \cdots + b_n$ とおく．

(1) b_0，$\cdots$，b_9 を求めよ．
(2) $c_{n+8} = c_n + c_7$ であることを示せ．
(2) $n+1 \leqq c_n \leqq \dfrac{3}{2}(n+1)$ が成り立つことを示せ．

1994 年後期理系

a，b，c，d を整数とし，行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考える．
$\begin{pmatrix} a_0 & b_0 \\ c_0 & d_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とし，自然数 n に対して $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ とする．このとき，

(1) $n \geqq 0$ について，$c_{n+2} - (a+d)c_{n+1} + (ad-bc)c_n = 0$ を示せ．
(2) p を素数とし，$a+d$ は p で割り切れないものとする．ある自然数 k について，c_k と c_{k+1} が p で割り切れるならば，すべての n について c_n は p で割り切れることを示せ．

1994 年後期文系

a，b，c，d を整数とし，行列 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ を考え，自然数 n に対して $A^n = \begin{pmatrix} a_n & b_n \\ c_n & d_n \end{pmatrix}$ とする．このとき，

(1) $c_{n+2} - (a+d)c_{n+1} + (ad-bc)c_n = 0$ を示せ．
(2) p を素数とし，$ad-bc$ は p で割り切れないものとする．ある自然数 k について，c_k と c_{k+1} が p で割り切れるならば，すべての n について c_n は p で割り切れることを示せ．

1992 年前期理系

a_1，b_1，c_1 は正の整数で $a_1{}^2+b_1{}^2=c_1{}^2$ を満たしている．$n=1$，2，…… について，a_{n+1}，b_{n+1}，c_{n+1} を次式で決める．

$$a_{n+1}=|2c_n-a_n-2b_n|$$
$$b_{n+1}=|2c_n-2a_n-b_n|$$
$$c_{n+1}=3c_n-2a_n-2b_n$$

(1) $a_n{}^2+b_n{}^2=c_n{}^2$ を数学的帰納法により証明せよ．

(2) $c_n>0$ および $c_n \geqq c_{n+1}$ を示せ．

(2) $c_m>c_{m+1}=c_{m+2}$ となったときの m について，$a_m: b_m: c_m$ を求めよ．

1992 年後期文系

k は 0 または正の整数とする．方程式 $x^2-y^2=k$ の解 $(a,\ b)$ で a，b がともに奇数でものを奇数解とよぶ．

(1) 方程式 $x^2-y^2=k$ が奇数解をもてば，k は 8 の倍数であることを示せ．

(2) 方程式 $x^2-y^2=k$ が奇数解をもつための必要十分条件を求めよ．

1991 年後期理系

平面上で次の方程式 ① を満たす点全体の集合を C_1， ② を満たす点全体の集合を C_2 とする．

① $x^2+y^2-1=0$　　　② $10x^2+14xy+5y^2=1$

(1) a，b，c，d は負でない整数で $ad-bc>0$ を満たしている．さらに $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ の定める 1 次変換 f が C_2 を C_1 に写している．すなわち $f(C_2)=C_1$ である．このとき a，b，c，d を求めよ．

(2) C_2 上の点で x 座標，y 座標がともに整数であるものは何個あるか．

1991 年後期理系 (理学部専用問題)

整数を係数とする 3 次の多項式 $f(x)$ が次の条件 $(*)$ をみたしている．

$(*)$　任意の自然数 n に対し，$f(n)$ は $n(n+1)(n+2)$ で割り切れる．

このとき，ある整数 a があって，$f(x)=ax(x+1)(x+2)$ となることを示せ．

1990 年前期文理共通

三角形 ABC において，$\angle B = 60°$，B の対辺の長さ b は整数，他の 2 辺の長さ a, c はいずれも素数である．このとき三角形 ABC は正三角形であることを示せ.

1990 年後期理系 (理学部専用問題)

n を奇数とし，$f(x) = \left|\sin \dfrac{2\pi x}{n}\right|$ とする.

(1) 集合 $\{f(k) \mid k$ は整数 $\}$ は何個の要素を持つか.

(2) m を n と素な整数とすると，集合 $\left\{f(mk) \mid k \text{ は } 0 \leqq k \leqq \dfrac{n-1}{2} \text{ なる整数}\right\}$ は m によらず一定であることを示せ.

1989 年後期理系 (理学部専用問題)

座標平面において，x 座標，y 座標がともに整数である点を格子点と呼ぶ．
四つの格子点 $\mathrm{O}(0,0)$，$\mathrm{A}(a,b)$，$\mathrm{B}(a,b+1)$，$\mathrm{C}(0,1)$ を考える．ただし，a，b は正の整数で，その最大公約数は 1 である．

(1) 平行四辺形 OABC の内部 (辺，頂点は含めない) に格子点はいくつあるか．

(2) (1) の格子点全体を P_1，P_2，…，P_t とするとき，$\triangle\mathrm{OP}_i\mathrm{A}$ $(i=1,\ 2,\ \cdots,\ t)$ の面積のうちの最小値を求めよ．ただし $a>1$ とする．

1989 年後期理系

2 つの奇数 a，b に対して，$m=11a+b$，$n=3a+b$ とおく．つぎの (1)，(2) を証明せよ．

(1) m，n の最大公約数は，a，b の最大公約数を d として，$2d$，$4d$，$8d$ のいずれかである．

(2) m，n がともに平方数であることはない．(整数の 2 乗である数を平方数という．)

1988 年 A 日程理系

行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ とする.

(1) $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で, $x^2 - 3y^2 = 1$, $x > 0$, $y \geqq 1$ ならば, $x'^2 - 3y'^2 = 1$, $0 \leqq y' < y$ が成立することを示せ.

(2) x, y が $x^2 - 3y^2 = 1$ をみたす自然数ならば, ある自然数 n をとると $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = A^n \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ となることを示せ.

1988 年 B 日程文系

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ を x の 3 次式とする. すべての整数 n に対して $f(n)$ が整数になるための必要十分条件は適当な整数 p, q, r をとると,

$$f(x) = \frac{p}{6}x(x+1)(x+2) + \frac{q}{2}x(x+1) + rx$$

と表されることであることを示せ.