

2013 年度 奈良県立医科大学 推薦入試問題 (数学)

設問ごとに、解答用紙の該当する枠内に解答のみを記入せよ。

【1】 x^{100} を $x^2 - x + 1$ で割った余りを求めよ。

【2】 AB, BC, CD, DA を 4 辺とする四角形 ABCD がある。AB = DC かつ AD // BC であることは、四角形 ABCD が平行四辺形であるための 条件である。次から にあてはまる適切なものを選べ。

- ア. 必要であるが十分でない イ. 十分であるが必要でない ウ. 必要十分
エ. 必要でも十分でもない

【3】 $x = -1 + \sqrt{2}i$ のとき、 $x^4 - 2x^2$ の値を求めよ。

【4】 $\triangle ABC$ において、3 辺 BC, CA, AB の長さを、それぞれ a, b, c とし、 $\angle A, \angle B, \angle C$ の大きさをそれぞれ A, B, C で表すものとする。次の等式を満たす $\triangle ABC$ はどのような三角形であるか答えよ。

$$b \cos C - c \cos B = a$$

【5】 次のように分数を並べた数列がある。

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

初項から第 603 項までの和を求めよ。

【6】 りんご, みかん, メロンの 3 種類を合わせて 10 個選ぶ。このとき、どの種類も少なくとも 1 個以上選び、りんごは 3 個以下とする選び方は何通りあるか答えよ。

【7】 x が $1 \leq x \leq e$ の範囲を動く。このとき次の関数の最小値を求めよ。

$$g(x) = \int_0^1 |e^t - x| dt$$

【8】 次の極限值を求めよ。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x \sin 4x} - 1}{x \log(1+x)}$$

- 【9】 3次方程式 $x^3 + ax^2 + 21x + 8 = 0$ (a は実数) の解を小さいものから順に α, β, γ とする. いま, $\alpha : \beta = \beta : \gamma$ が成立するとき, a の値を求めよ.
- 【10】 方程式 $8^x - (a + 4)4^x + 4(a + 1)2^x - 4a = 0$ (a は実数) の実数解がただ一つとなるような a の範囲を求めよ.
- 【11】 三角形の3辺の中点が $(-3, -1), (0, 3), (4, 0)$ であるとき, この三角形の内接円の半径の長さを求めよ.
- 【12】 大, 中, 小の3つのサイコロを同時になげ, 大のサイコロの出た目を a , 中のサイコロの出た目を b , 小のサイコロの出た目を c とする. このとき, $a < b < c$ となる確率を求めよ.
- 【13】 放物線 $y = x^2$ と円 $(x - 3)^2 + y^2 = a$ がただ1点で交わるとき, a の値を求めよ.
- 【14】 m, n は共に2以上の自然数であり, それらの公約数は1のみである. いま, $\frac{20n}{m}$ および $\frac{18m}{n}$ がともに整数となる組 (m, n) の個数を求めよ.
- 【15】 n を自然数とする. $5^n > 6^{50}$ となる最小の n を求めよ. ただし, $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする.