

2016年1月30日実施 奈良県立医科大学 推薦入試問題(数学)

設問ごとに、解答用紙の該当する枠内に解答のみを記入せよ。

- 【1】 次の条件を満たす放物線をグラフとする2次関数が一つに定まるものを、すべて選べ。ただし、 y が x の2次関数のもののみを考える。
- ア. 3点 $(-4, 13)$, $(-1, 1)$, $(2, 7)$ を通る。
 - イ. 軸が $x = 3$ であり2点 $(-3, 8)$, $(9, 8)$ を通る。
 - ウ. 頂点が $(3, 8)$ で点 $(5, 1)$ を通る。
 - エ. グラフが x 軸に接していて、軸が $x = 2$ であり、点 $(5, 9)$ を通る。

- 【2】 関数

$$f(x) = x^6 + x^4 + 5x^2 + 5$$

の最小値を求めよ。

- 【3】 表と裏の出る確率が同様に確からしいコインを10回投げる。表が8回以上出る確率を求めよ。ただし、答えは百分率(%)で表し、小数第2位を四捨五入することとする。

- 【4】

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin^3 x \, dx$$

を求めよ。

- 【5】 1を解にもつ実数係数の方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ の他の2つの解を α , β とする。複素数平面上で1, α , β が面積 $6\sqrt{3}$ の正六角形の異なる3頂点になっているという。この条件を満たす c の値を求めよ。

- 【6】 実数 x , y が

$$x^2 + y^2 = 1$$

を満たすとき、

$$(x + y)^2$$

の最大値を求めよ。

- 【7】 方程式 $x^2 - (4\log_{10} 2)x + (\log_{10} a)^2 = 0$ ($a > 0$) が実数解をもたないような a の範囲を求めよ。

- 【8】

$$y = \sin x \cos x + \sin x + \cos x$$

の最大値と最小値を求めよ。

【9】 次の極限值を求めよ.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{\sin x}}{x - \sin x}$$

【10】 2つの平面 $2x - 3y + z = 1$, $3x + 2y - z = -1$ の交線を含み, ベクトル $(1, 2, 3)$ に平行な平面の方程式を求めよ.

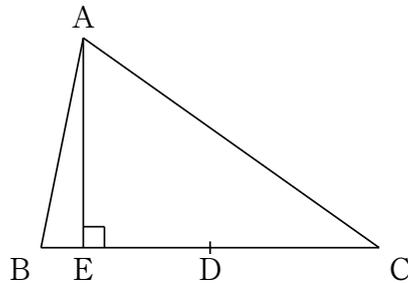
【11】 サイクロイド

$$x = 2(\theta - \sin \theta), \quad y = 2(1 - \cos \theta)$$

の $0 \leq \theta \leq 2\pi$ の部分と x 軸とで囲まれた図形を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を求めよ.

【12】 3つの実数 a, b, c がこの順で等差数列をなし, a, c, b の順で等比数列をなす. さらに $abc = 8$ であるとき, a, b, c の値を求めよ.

【13】 下の図のように $\angle B = 2\angle C$, $AB = 12$ である $\triangle ABC$ がある. 辺 BC の中点を D , 頂点 A から辺 BC に下ろした垂線の足を H とする. このとき, 線分 DE の長さを求めよ.



【14】 a, b, m は実数とする. a, b が実数の範囲を動くとき, 不等式

$$m(a^2 + b^2) \geq (a + b)^2$$

が常に成り立つような m の最小値を求めよ.

【15】 関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$ とする. このとき導関数 $f'(x)$ の最大値とそのときの x の値を求めよ.