2018年　奈良県立医大　推薦入試問題（数学）解答

【1】　以下の問に答えよ．ただし，答のみ記入すればよい．

a を実数とする．x についての 3 次方程式

$$x^3 - 3a^2x + a^4 = 0$$

が相異なる 3 個の実数解を持つような a の範囲を求めよ．

解　$f(x) = x^3 - 3a^2x + a^4$ とおく．

3 次方程式 $f(x) = 0$ が相異なる 3 つの実数解をもつのは，3 次関数 $y = f(x)$ が極大値と極小値をもち，かつ，それらが異符号になるときである．

$f'(x) = 3x^2 - 3a^2$ より，3 次関数 $y = f(x)$ が極大値と極小値をもつための条件は $a \neq 0$．

このとき，$f'(x) = 3(x+a)(x-a)$ より，3 次関数 $y = f(x)$ は $x = \pm a$ で極値をとる．したがって，

$f(a)f(-a) < 0$

$(a^3 - 3a^3 + a^4)(-a^3 + 3a^3 + a^4) < 0$

$(a^4 - 2a^3)(a^4 + 2a^3) < 0$

$a^6(a-2)(a+2) < 0$

$a^6 > 0$ より，$-2 < a < 2$

$a \neq 0$ なので，求める a の範囲は

$$-2 < a < 0,\ 0 < a < 2$$

■

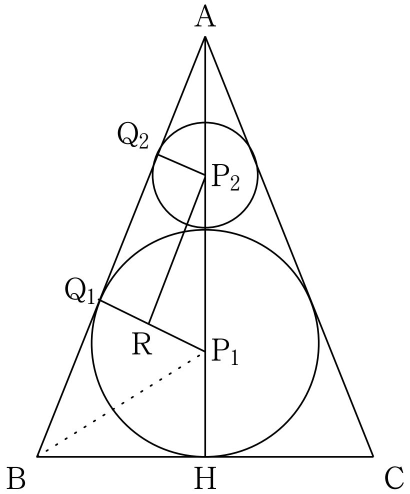
＜解答＞

$-2 < a < 0,\ 0 < a < 2$

【2】　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させよ．

AB = AC である二等辺三角形 ABC とそれに内接する円 C_1，および辺 AB，AC と円 C_1 に接する円 C_2 を考える．C_1 と C_2 の中心をそれぞれ P_1，P_2 とし，C_1 と辺 AB，C_2 と辺 AB の接点をそれぞれ Q_1，Q_2 とする．また C_1 と辺 BC の接点を H とする．C_1 の半径が 1 で $\angle ABC = 2\theta$ のとき，$t = \tan\theta$ とすると BH の長さは t を用いて $\boxed{\text{ア}}$ と表せる．さらに，C_2 の半径と四角形 $P_1P_2Q_2Q_1$ の面積は，t の整式としてそれぞれ $\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ と表せる．

解　下の図のように，P_2 を通り辺 AB に平行な直線と P_1Q_1 との交点を R とおく．



直角三角形 P_1BH において，$\angle P_1BH = \theta$ より，

$$\tan\theta = \frac{P_1H}{BH}$$

$$BH = \frac{P_1H}{\tan\theta} = \frac{1}{t}$$

円 C_2 の半径を x とおく．

$$\angle P_1P_2R = \angle BAH = 90^\circ - 2\theta$$

直角三角形 P_1P_2R において，

$$\sin\angle P_1P_2R = \frac{P_1R}{P_1P_2}$$

$$\sin(90^\circ - 2\theta) = \frac{1-x}{1+x}$$

$$\cos 2\theta = \frac{1-x}{1+x}$$

$$x = \frac{1-\cos 2\theta}{1+\cos 2\theta} = \frac{2\sin^2\theta}{2\cos^2\theta} = \tan^2\theta = t^2$$

また，三平方の定理より，

$$\begin{aligned} P_2R &= \sqrt{(1+x)^2-(1-x)^2} \\ &= \sqrt{4x} \\ &= \sqrt{4t^2} \\ &= 2t \quad (\because\ t > 0) \end{aligned}$$

四角形 $P_1P_2Q_2Q_1$ は，上底 $P_2Q_2 = t^2$，下底 $P_1Q_1 = 1$，高さ $P_2R = 2t$ の台形なので，その面積は

$$(t^2+1)\cdot 2t \cdot \frac{1}{2} = t(t^2+1)$$

■

<解答>

ア	イ	ウ
$\frac{1}{t}$	t^2	$t(t^2+1)$

【3】　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させよ．

複素数 z と整数 n は以下の 2 つの条件を満たしているとする．

条件 (a) : $|z|=1$
条件 (b) : $z^n+z+1=0$

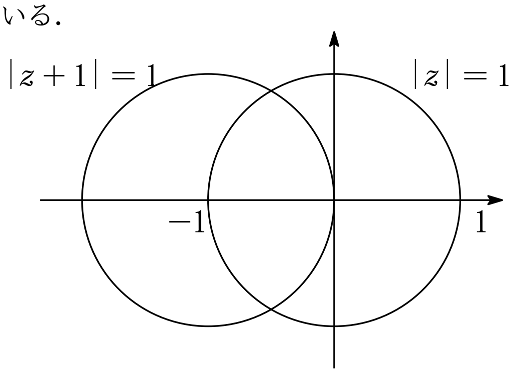
このような z と n をすべて求めたい．まず，これらの条件より $z+1$ の絶対値は $\boxed{\text{ア}}$ である．さらに，条件 (a) を用いると，z の値は $\boxed{\text{イ}}$ または $\boxed{\text{ウ}}$ となる．このどちらの z に対しても，$z^k=1$ となるような最小の正整数は $k=\boxed{\text{エ}}$ であり，求める n は $\boxed{\text{オ}}$ で割って余り $\boxed{\text{カ}}$ となるすべての整数である．つまり，

$$n=\boxed{\text{オ}}\,m+\boxed{\text{カ}}\quad(m \text{ は整数})$$

と書ける．

解　$|z+1|=|-z^n|=|z|^n=1$

複素数平面上で，$|z|=1$ は原点中心，半径 1 の円を，$|z+1|=1$ は -1 中心，半径 1 の円を表している．



したがって，この 2 円の交点を表す複素数は

$$z=\frac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$$

であり，この複素数は 1 の 3 乗根のうち虚数であるものを表している．つまり，

$$z^3=1,\qquad z^2+z+1=0$$

なので，$z^k=1$ となる最小の正整数は $k=3$ である．

このとき，$z^n+z+1=0$ をみたす n は 3 で割って余り 2 となるすべての整数である．つまり，

$$n=3m+2$$

■

＜解答＞

ア	イ	ウ	エ	オ	カ
1	$\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}$	$\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$	3	3	2

【4】　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させよ．

$a_1 = \dfrac{1}{14}$ とすると，式

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{\sqrt{19{a_n}^2 + 16a_n + 4}}{4a_n} - 2 \quad (n = 1,\ 2,\ \cdots)$$

の右辺は 0 でない実数値となり，上式を漸化式とする初項 $a_1 = \dfrac{1}{14}$ の数列 $\{a_n\}$ が定義できる．すべての正整数 n に対し，

$$b_n = \left(\frac{1}{a_n} + 2\right)^2$$

とおくと，数列 $\{b_n\}$ が満たすべき漸化式は $\boxed{\text{ア}}$ となる．したがって，$\{b_n\}$ の一般項は $b_n =$ $\boxed{\text{イ}}$ となる．$a_1 > 0$ なので，ある番号 k までは $a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_k > 0$ であると仮定する．$a_{k+1} \neq 0$ なので，まず $a_{k+1} < 0$ の場合を考えてみる．数列 $\{a_n\}$ の漸化式より $\dfrac{1}{a_{k+1}} > -2$ なので $a_{k+1} < -\dfrac{1}{2}$ である．このとき，$0 < b_{k+1} <$ $\boxed{\text{ウ}}$ となる．次に，$a_{k+1} > 0$ ならば $b_{k+1} >$ $\boxed{\text{ウ}}$ となる．よって，$a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_m > 0$ かつ $a_{m+1} < 0$ となる m は $\boxed{\text{エ}}$ であり，このとき $a_{m+1} =$ $\boxed{\text{オ}}$ ，$a_{m+2} =$ $\boxed{\text{カ}}$ である．ただし，オとカは $\dfrac{x}{y + \sqrt{z}}$ の形 (x，y，z は整数) で答えよ．

考え方　複雑な漸化式を解くために，まずは置き換えをして考えるという定番の問題です．数列 $\{b_n\}$ の漸化式を求めて，b_n を求めることは問題ないでしょう (基本です)．しかし，このあとが問題です．b_n から a_n にどうやって戻すのか？

$b_n = \left(\dfrac{1}{a_n} + 2\right)^2$ なので，$\dfrac{1}{a_n} + 2 = \pm\sqrt{b_n}$ です．さて，$+\sqrt{b_n}$ と $-\sqrt{b_n}$ のどちらを取るべきなのでしょうか．それは，もとの漸化式にヒントがあります．

漸化式より，

$$\frac{1}{a_{n+1}} + 2 = \frac{\sqrt{19{a_n}^2 + 16a_n + 4}}{4a_n}$$

です．この漸化式から次のことが分かります．

$$a_n > 0 \implies \frac{1}{a_{n+1}} + 2 > 0$$

$$a_n < 0 \implies \frac{1}{a_{n+1}} + 2 < 0$$

このことから，$+\sqrt{b_n}$ と $-\sqrt{b_n}$ のどちらを取るべきなのかが判定できます．

つまり，こういうことです．

まず，$a_1 > 0$ なので，$\dfrac{1}{a_2} + 2 > 0$ です．よって

$$\frac{1}{a_2} + 2 = \sqrt{b_2} \qquad \therefore\ a_2 = \frac{1}{\sqrt{b_2} - 2}$$

ここで，もし $b_2 > 4$ であれば，$a_2 > 0$．
よって，$\dfrac{1}{a_3} + 2 > 0$ なので

$$\frac{1}{a_3} + 2 = \sqrt{b_3} \qquad \therefore\ a_3 = \frac{1}{\sqrt{b_3} - 2}$$

ここで，もし $b_3 > 4$ であれば，$a_3 > 0$．
よって，$\dfrac{1}{a_4} + 2 > 0$ なので

$$\frac{1}{a_4} + 2 = \sqrt{b_4} \qquad \therefore\ a_4 = \frac{1}{\sqrt{b_4} - 2}$$

つまり，b_n が 4 より大きい限り，こんな感じで続いていきます．

では，b_n が 4 より小さくなるとどうなるのでしょうか．例えば，b_n が初めて 4 よりも小さくなる時を b_m としましょう．すると

$$a_m = \frac{1}{\sqrt{b_m} - 2}$$

までは順調にきますが，$b_m < 4$ なので，$a_m < 0$．

よって，$\dfrac{1}{a_{m+1}}+2<0$ なので

$$\frac{1}{a_{m+1}}+2=-\sqrt{b_{m+1}}$$

$$\therefore\ a_{m+1}=\frac{1}{-\sqrt{b_{m+1}}-2}$$

さて，こうなってしまうと，b_{m+1} がどうであっても（4 より大小関係なく），$a_{m+1}<0$

よって，$\dfrac{1}{a_{m+2}}+2<0$ なので

$$\frac{1}{a_{m+2}}+2=-\sqrt{b_{m+2}}$$

$$\therefore\ a_{m+2}=\frac{1}{-\sqrt{b_{m+2}}-2}$$

こんな感じで進んでいきます．

つまり，b_4 がいったん 4 よりも小さくなったら，あとは一切関係なく，このタイプで進んでいくのです．

これが，この問題の本質です．

解　漸化式より，

$$\frac{1}{a_{n+1}}+2=\frac{\sqrt{19a_n{}^2+16a_n+4}}{4a_n}$$

両辺を 2 乗すると

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{a_{n+1}}+2\right)^2&=\frac{19a_n{}^2+16a_n+4}{16a_n{}^2}\\&=\frac{19}{16}+\frac{1}{a_n}+\frac{1}{4a_n{}^2}\\&=\frac{19}{16}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a_n{}^2}+\frac{4}{a_n}\right)\\&=\frac{19}{16}+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a_n}+2\right)^2-1\\&=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{a_n}+2\right)^2+\frac{3}{16}\end{aligned}$$

$b_n=\left(\dfrac{1}{a_n}+2\right)^2$ とすると，

$$b_{n+1}=\frac{1}{4}b_n+\frac{3}{16}$$

よって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は，
$b_{n+1}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{4}\left(b_n-\dfrac{1}{4}\right)$ より，

$$b_n-\frac{1}{4}=\left(b_1-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$$

$$b_1=\left(\frac{1}{a_1}+2\right)^2=(14+2)^2=16^2=256\ \text{なので}$$

$$b_n=\left(256-\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}+\frac{1}{4}=\frac{1023}{4^n}+\frac{1}{4}$$

次に，

$$\frac{1}{a_{k+1}}+2=\frac{\sqrt{19a_k{}^2+16a_k+4}}{4a_k}$$

なので，$a_k>0$ のとき，$\dfrac{1}{a_{k+1}}+2>0$ …①

（i）　$a_{k+1}<0$ のとき，
$0<\dfrac{1}{a_{k+1}}+2<2$ より，$0<b_{k+1}<4$

（ii）　$a_{k+1}>0$ のとき，
$2<\dfrac{1}{a_{k+1}}+2$ より，$4<b_{k+1}$

$$a_n>0\Longrightarrow\ b_n>4$$

であることから，

$a_1,\ a_2,\ \cdots,\ a_m>0$ かつ $a_{m+1}<0$ となる m は，
$b_1,\ b_2,\ \cdots,\ b_m>4$ かつ $b_{m+1}<4$ となる m である．

したがって，b_n の値が初めて 4 よりも大きくなる箇所を探せば良い．

$$b_1=\frac{1023}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1024}{4}>4$$

$$b_2=\frac{1023}{4^2}+\frac{1}{4}=\frac{1027}{16}>4$$

$$b_3=\frac{1023}{4^3}+\frac{1}{4}=\frac{1039}{64}>4$$

$$b_4=\frac{1023}{4^4}+\frac{1}{4}=\frac{1087}{256}>4$$

$$b_5=\frac{1023}{4^5}+\frac{1}{4}=\frac{1279}{1024}<4$$

よって，求める m は $m=4$．

したがって，a_n を順番に求めていくと，

まず，$a_1>0$ なので，$\dfrac{1}{a_2}+2>0$．よって

$$\frac{1}{a_2}+2=\sqrt{b_2}\qquad\therefore\ a_2=\frac{1}{\sqrt{b_2}-2}$$

ここで，$b_2>4$ なので，$a_2>0$．

よって，$\dfrac{1}{a_3}+2>0$ なので

$$\frac{1}{a_3}+2=\sqrt{b_3}\qquad\therefore\ a_3=\frac{1}{\sqrt{b_3}-2}$$

ここで，$b_3>4$ なので，$a_3>0$．

よって，$\dfrac{1}{a_4}+2>0$ なので

$$\frac{1}{a_4}+2=\sqrt{b_4} \qquad \therefore\ a_4=\frac{1}{\sqrt{b_4}-2}$$

ここで，$b_4>4$ なので，$a_4>0$.
よって，$\dfrac{1}{a_5}+2>0$ なので

$$\frac{1}{a_5}+2=\sqrt{b_5} \qquad \therefore\ a_5=\frac{1}{\sqrt{b_5}-2}$$

ここで，$b_5<4$ なので，$a_5<0$.
よって，$\dfrac{1}{a_6}+2>0$ なので

$$\frac{1}{a_6}+2=-\sqrt{b_6} \qquad \therefore\ a_6=\frac{1}{-\sqrt{b_6}-2}$$

よって，$a_6<0$ なので，$\dfrac{1}{a_7}+2<0$.

$$\frac{1}{a_7}+2=-\sqrt{b_7} \qquad \therefore\ a_7=\frac{1}{-\sqrt{b_7}-2}$$

以下，この形が続いていくので，数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$1\leqq n\leqq 5$ のとき

$$a_n=\frac{1}{-2+\sqrt{b_n}}$$

$n\geqq 6$ のとき

$$a_n=\frac{-1}{2+\sqrt{b_n}}$$

となる．ただし，$b_n=\dfrac{1023}{4^n}+\dfrac{1}{4}$.
a_5，a_6 の値は以下の通り。

■

＜解答＞

ア	イ	ウ	エ
$b_{n+1}=\frac{1}{4}b_n+\frac{3}{16}$	$\frac{1023}{4^n}+\frac{1}{4}$	4	4

オ	カ
$\frac{32}{-64+\sqrt{1279}}$	$\frac{-64}{128+\sqrt{2047}}$

参考 数列 $\{a_n\}$ の一般項を n で表すと，

$$a_n=\begin{cases}\dfrac{2^n}{-2^{n+1}+\sqrt{1023+4^{n-1}}} & (1\leqq n\leqq 5 \text{ のとき})\\[2mm] \dfrac{-2^n}{2^{n+1}+\sqrt{1023+4^{n-1}}} & (n\geqq 6 \text{ のとき})\end{cases}$$

となります.

【5】　以下の文章の空欄に適切な数，式または数学記号を入れて文章を完成させよ．

空間に三角形 ABC と点 P がある．以下では位置ベクトルの始点は原点 O とする．点 A，B，C，P の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$，$\vec{p}$ とする．点 A に関して点 P と対称な点 Q の位置ベクトル $\vec{q}$ は $\vec{q}=$ $\boxed{\text{ア}}$ である．同様に，点 B に関して点 Q と対称な点 R の位置ベクトル $\vec{r}$ と点 C に関して点 R と対称な点 S の位置ベクトル $\vec{s}$ も求まる．特に点 S が点 P と一致するとき，$\vec{p}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表すと，$\vec{p}=$ $\boxed{\text{イ}}$ となる．このとき三角形 PQR の面積は三角形 ABC の面積の $\boxed{\text{ウ}}$ 倍である．

解

PQ の中点が A なので，$\dfrac{\vec{p}+\vec{q}}{2}=\vec{a}$.
よって，$\vec{q}=2\vec{a}-\vec{p}$.
QR の中点が B なので，$\dfrac{\vec{q}+\vec{r}}{2}=\vec{b}$.
よって，$\vec{r}=2\vec{b}-\vec{q}=2\vec{b}-2\vec{a}+\vec{p}$.
RS の中点が C なので，$\dfrac{\vec{r}+\vec{s}}{2}=\vec{c}$.
よって，$\vec{s}=2\vec{c}-\vec{r}=2\vec{c}-2\vec{b}+2\vec{a}-\vec{p}$.
点 S と点 P が一致するとき，$\vec{s}=\vec{p}$ なので，

$$2\vec{c}-2\vec{b}+2\vec{a}-\vec{p}=\vec{p}$$

よって，$\vec{p}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.
このとき，$\vec{q}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$，$\vec{r}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ となる．
$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=\vec{q}-\vec{p}=(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})-(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c})=2(\vec{b}-\vec{c})=2\overrightarrow{\mathrm{CB}}$
$\overrightarrow{\mathrm{QR}}=\vec{r}-\vec{q}=(-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})-(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})=2(\vec{c}-\vec{a})=2\overrightarrow{\mathrm{AC}}$
$\overrightarrow{\mathrm{RS}}=\vec{p}-\vec{r}=(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c})-(-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=2(\vec{a}-\vec{b})=2\overrightarrow{\mathrm{BA}}$

したがって，三角形 ABC∽ 三角形 PQR であり，相似比より，面積比を考えると，三角形 PQR の面積は三角形 ABC の面積の 4 倍であることが分かる．

■

注　点 S と点 P が一致するとき，$\vec{p}$，$\vec{q}$，$\vec{r}$ の式において，係数の和がいずれも 1 になっています．このことはつまり，3 点 P，Q，R が平面 ABC 上に存在することを意味しています．

<解答>

ア	イ	ウ
$2\vec{a}-\vec{p}$	$\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$	4

【6】　以下の問に答えよ．

区間 $0 \leqq x \leqq 1$ で定義された関数 $f(x)$ が以下の 2 つの条件を満たしているとする．

条件 (a) : $f(0) = f(1) = 0$
条件 (b) : $0 \leqq x_1 \leqq 1$，$0 \leqq x_2 \leqq 1$ なる任意の相異なる x_1，x_2 に対し，

$$\left|f(x_1) - f(x_2)\right| < k\left|x_1 - x_2\right| \text{（ただし，}k\text{ は正の定数）}$$

(1) $0 < x < 1$ なる任意の x に対し，不等式 $\left|f(x)\right| < kx$ と $\left|f(x)\right| < k(1-x)$ が成り立つことを示せ．

(2) $0 \leqq x_1 \leqq 1$，$0 \leqq x_2 \leqq 1$ なる任意の x_1，x_2 に対し，不等式 $\left|f(x_1) - f(x_2)\right| < \dfrac{k}{2}$ が成り立つことを示せ．

考え方　(1) は，示すべき不等式の形から，条件 (b) の x_1 や x_2 に 1 や 0 を代入すれば良いことは気づくでしょう．しかし，(2) が難しい．(2) の示すべき不等式から，$\left|x_1 - x_2\right|$ が $\dfrac{1}{2}$ よりも大か小かを考えれば良いことに気づくでしょうか．そのうえで，(1) で示したことがどういう意味を持っているのかを考える必要があります．

解

(1)　条件 (b) において，
$x_1 = x$ $(0 < x < 1)$，$x_2 = 0$ とすると，

$$\left|f(x) - f(0)\right| < k\left|x - 0\right|$$

$f(0) = 0$，$0 < x < 1$ なので，

$$\left|f(x)\right| < kx \quad (0 < x < 1)$$

が成立する．

条件 (b) において，
$x_1 = 1$，$x_2 = x$ $(0 < x < 1)$ とすると，

$$\left|f(1) - f(x)\right| < k\left|1 - x\right|$$

$f(1) = 0$，$0 < x < 1$ なので，

$$\left|f(x)\right| < k(1-x)$$

が成立する．

以上より，題意は示された．

(2)

$0 \leqq x_1 \leqq 1$，$0 \leqq x_2 \leqq 1$ なる任意の x_1，x_2 に対して，まず，$x_1 = x_2$ の場合，

$f(x_1) - f(x_2) = 0$，$k > 0$ なので，不等式 $\left|f(x_1) - f(x_2)\right| < \dfrac{k}{2}$ は常に成立する．

次に，$x_1 \fallingdotseq x_2$ の場合を考える．

$x_1 > x_2$ としても一般性を失わない．

(i)　$0 < x_1 - x_2 \leqq \dfrac{1}{2}$ のとき，

$k > 0$ より，$k(x_1 - x_2) \leqq \dfrac{k}{2}$ なので，条件 (b) より，

$$\begin{aligned} &\left|f(x_1) - f(x_2)\right| \\ <&k\left|x_1 - x_2\right| \\ =&k(x_1 - x_2) \\ \leqq&\frac{k}{2} \end{aligned}$$

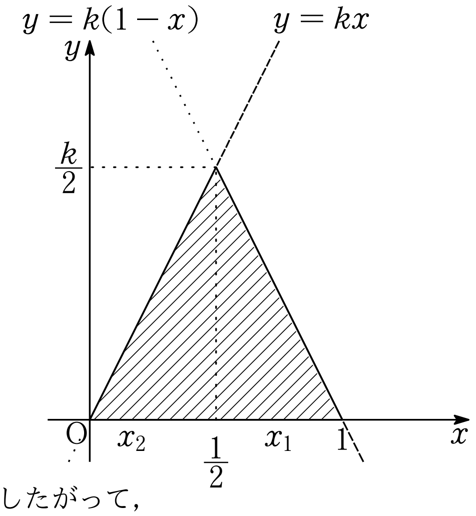
$$\therefore\ \left|f(x_1) - f(x_2)\right| < \frac{k}{2}$$

(ii)　$\dfrac{1}{2} < x_1 - x_2 \leqq 1$ のとき，
$0 \leqq x_1 \leqq 1$，$0 \leqq x_2 \leqq 1$ なので

$$0 \leqq x_2 < \frac{1}{2} < x_1 \leqq 1$$

である．

また，(1) の結果から，関数 $y = \left|f(x)\right|$ のグラフは，図の斜線部内（x 軸上の点は含む）に存在していることが分かるので，



したがって，

$$\left|f(x_2)\right| \leqq kx_2$$

（等号成立は $x_2=0$ のとき）

$$\left|f(x_1)\right| \leqq k(1-x_1)$$

（等号成立は $x_1=1$ のとき）

したがって，

$$\begin{aligned}&\left|f(x_1)-f(x_2)\right|\\ =&\left|f(x_1)+(-f(x_2))\right|\\ \leqq&\left|f(x_1)\right|+\left|-f(x_2)\right|\\ =&\left|f(x_1)\right|+\left|f(x_2)\right|\\ \leqq&k(1-x_1)+kx_2\\ =&k+k(x_2-x_1)\end{aligned}$$

$\frac{1}{2}<x_1-x_2 \leqq 1$ より，

$$-1 \leqq x_2-x_1<-\frac{1}{2}$$

$k>0$ より，$k(x_2-x_1)<-\frac{k}{2}$ なので，

$$k+k(x_2-x_1)<k+\left(-\frac{k}{2}\right)=\frac{k}{2}$$

$$\therefore\ \left|f(x_1)-f(x_2)\right|<\frac{k}{2}$$

以上より，題意は示された．

■