

# ガッポリ儲けよう



将来、君たちの大多数は何らかの形で「(直接的に間接的に)モノを売る仕事」に就くでしょう。その時、いかにして利益を得るか、利益を最大にするにはどのような販売計画を立てればよいか、という問題に直面するはずですが、やっぱり、儲かった方が良いでしょう。物の売値と利益について数学的に考えてみよう。

さし当たって、君たちが直面するイベントとして、文化祭での模擬店があります。

### 例題 1.

原価 1 本 80 円の法兰克福がある。これを 1 本 100 円で売ると 2000 本売れると見込んでいる。この売値から、1 本につき 1 円値上げすると、売上数が 10 本減りこの関係は比例するものとする。売値を 1 本 100 円以上に設定するものとし以下の問いに答えよ。

- (1) 売上金額を最大にするには売値をいくらにすればよいか
- (2) 利益を最大にするには売値をいくらにすればよいか。



**考え方** 売上金額や利益を最大にするにはそれなりの値段設定にせねばなりません。値段を上げれば上げるほど売れる数は減るので、売上金額や利益はあまり期待できないでしょう。逆に値段を下げると、その分たくさん売れるかもしれませんが、売上金額や利益さほど伸びないかもしれません。どのように売値を決めればよいか、非常に現実的な問題です。まずは売値と売れる個数の関係を式で表すことを考えよう。



**解** (1) 100 円から  $x$  円値上げすると、法兰克福 1 本の値段は  $100 + x$  円で、売上数は  $2000 - 10x$  本になるから、売上金額を  $y$  円とすると、

$$y = (100 + x)(2000 - 10x)$$

つまり、 $y$  は  $x$  の 2 次関数なので、

$$\begin{aligned}
 y &= (100 + x)(2000 - 10x) \\
 &= 200000 - 1000x + 2000x - 10x^2 \\
 &= -10x^2 + 1000x + 200000 \\
 &= -10(x^2 - 100x) + 200000 \\
 &= -10(x - 50)^2 + 25000 + 200000 \\
 &= -10(x - 50)^2 + 225000
 \end{aligned}$$

より、 $x = 50$  のとき  $y$  は最大となる。

したがって、売値が 150 円の時、売上利益は最大 225000 円になる。

(2) 100 円から  $x$  円値上げすると、法兰克福 1 本の値段は  $100 + x$  円。原価 80 円なので、利益は  $100 + x - 80 = 20 + x$  円である。このとき、売上数は  $2000 - 10x$  本になるから、利益を  $z$  円とすると、

$$z = (20 + x)(2000 - 10x)$$

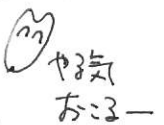
つまり、 $z$  は  $x$  の 2 次関数なので、

$$\begin{aligned}
 z &= (20 + x)(2000 - 10x) \\
 &= 40000 - 200x + 2000x - 10x^2 \\
 &= -10x^2 + 1800x + 40000 \\
 &= -10(x^2 - 180x) + 40000 \\
 &= -10(x - 90)^2 + 81000 + 40000 \\
 &= -10(x - 90)^2 + 121000
 \end{aligned}$$

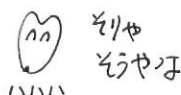
より、 $x = 90$  のとき  $z$  は最大となる。

したがって、売値が 190 円の時、利益は最大 121000 円になる。

いやいや  
考えると  
2次関数も  
舞い込



**注** 上には明記しませんが、 $x$  の範囲は  $0 \leq x < 200$  です。200 円以上値上げすると 1 本も売れませんからね。



【例題】 2.

文化祭で「赤阪大明神の合格祈願お守り」を製作し販売することにした。制作費は100円であった。かなり胡散臭い商品だが、売る値段を100円にすると、参加者の半数が買い、600円にすると誰も買わないだろうと予測する。売る値段を上げると買う人の割合は一定の割合で減少する。参加者は2000人と予想して、利益を最大にするには、値段と製作個数をどのようにしたらよいか。

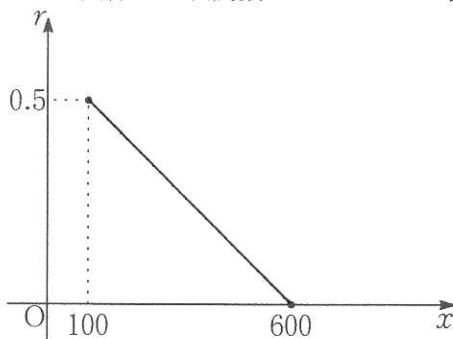
みんな  
誰も  
買わない  
いーん

【考え方】

「薄利多売」という言葉を知っていますか。少ない利益でもたくさん売れば大丈夫という意味ですが、今回の場合、参加者は2000人と決まっています。いちおう1人1個しか買わないという前提なので、最大でも2000個しか売れません。「売る値段を上げると買う人の割合は一定の割合で減少する」という文章をどのように式で表すのが最大のポイントです。要するに、座標平面上で、横軸を「売る値段」、縦軸を「買う人の割合」とすると、「売る値段」と「買う人の割合」の関係が「傾きが負の直線(1次関数)」になるのです。「売る値段を100円にすると、参加者の半数が買い、600円にすると誰も買わない」ことから、その直線が通る2点の座標が分かるので、直線の方程式が決定します。

😊 7474

【解】 買う人の割合を  $r$ 、売値を  $x$  円とすると、 $r$  と  $x$  の関係は1次関数  $r = ax + b$  で表される。



$x = 100$  のとき  $r = 0.5$  なので、 $100a + b = 0.5$   
 $x = 600$  のとき  $r = 0$  なので、 $600a + b = 0$   
 したがって、 $a = -0.001$ 、 $b = 0.6$  となり、買う人の割合  $r$  と売値  $x$  円との関係は

$$r = -0.001x + 0.6$$

で表される。

😊 7474

2000人の参加者のうち割合  $r$  の人が買うので、売れる個数を  $y$  個とすると、 $y = 2000r$ 。売値が  $x$  円するとき、原価が100円なので、利益は  $x - 100$  円。よって利益を  $z$  円とすると、

$$z = (x - 100)y = 2000(x - 100)r$$

$$= 2000(x - 100)(-0.001x + 0.6)$$

つまり、 $z$  は  $x$  の2次関数なので、

$$z = 2000(x - 100)(-0.001x + 0.6)$$

$$= 2(x - 100)(-x + 600)$$

$$= -2(x^2 - 700x + 60000)$$

$$= -2\{(x - 350)^2 - 350^2 + 60000\}$$

$$= -2\{(x - 350)^2 - 62500\}$$

$$= -2(x - 350)^2 + 125000$$

これは  
2次関数か

より、 $x = 350$  のとき  $z$  は最大となる。

$x = 350$  のとき、 $r = -0.001 \times 350 + 0.6 = 0.25$  なので、25%の人が買うことが予想されるので、販売個数は、 $2000 \times 0.25 = 500$  個。

以上より、値段を350円にし、500個製作し完売すれば利益は最大で125000円になる。

■

【注】 上には明記しませんでした。が、 $x$  の範囲は  $100 < x < 600$  です。100円以下だと利益が出ませんし、600円以上だと誰も買いませんからね。

2つの【例題】を紹介しましたが、これらの問題で考えられているのは、売り手が1つしかない状況です。他店との競争を全く考えていません。しかし現実には、様々な要素が絡んできて(当日の天候など)、より複雑な数学的な手法、考え方が必要になってくるでしょう。経済界においても、いろいろな場面で数学が活躍するのです。君たちにとっても、入念な販売計画の下、楽しい文化祭になることを願ってやみません。

さそく. 各クラスで  
実践してみよう

😊 ようし  
ガッポリ 儲けよう~

ライバル店に  
勝たないと  
もうからんよ  
秋祭は  
あそびか?