螺旋って，どうやって書くん？

螺旋（らせん）という言葉は聞いたことあると思いますが，どうやって描くのか知っていますか．

「そんなんテキトーでエエやん」ってヤジが飛んできそうですが，ここは数学的にきちんと定義して描いてみましょう．

▷Point◁（定義）

極方程式

$$r = a\theta \quad (a \text{ は実数の定数})$$

で表される図形をアルキメデスの螺旋という．

豆知識　アルキメデス（BC287〜BC212）
浮力の発見，円周率の計算，放物線と直線で囲まれた面積の計算 etc…
数々の偉大な発見をした大科学者です。
後世の人たちに与えた影響は計りしれません。

いきなり結果を見せられるより，まず最初は自分で手を動かして書いてみると螺旋の仕組みが良く分かると思います．

【例】　$r = \frac{1}{2}\theta$ を図示せよ．

とってもシンプルな式ですケド…

どんな図形になるのかな〜

考え方　とにかく r と θ の組を書き並べてみるしかありません．

θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{6\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{8\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{6}$	$\frac{10\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$	$\frac{12\pi}{6}$
$r = \frac{\theta}{2}$	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{2\pi}{12}$	$\frac{3\pi}{12}$	$\frac{4\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	$\frac{6\pi}{12}$	$\frac{7\pi}{12}$	$\frac{8\pi}{12}$	$\frac{9\pi}{12}$	$\frac{10\pi}{12}$	$\frac{11\pi}{12}$	$\frac{12\pi}{12}$

注意すべきことは，θ が**角度の単位**であるのに対して，r が**長さの単位**であるということです．したがって，例えば，

$$\theta = \frac{\pi}{6} \text{のとき，} r = \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{12} = \frac{3.14}{12} \fallingdotseq 0.26 \qquad (\longleftarrow \text{ 当たり前ですが，} \pi = 3.141592\cdots\cdots \text{ です})$$

というのは，$\boxed{x\text{ 軸とのなす角 } \frac{\pi}{6} \text{ の方向で，原点からの距離 } 0.26 \text{ の位置にある}}$ ということを意味しています．長さの単位 r だけに，$\pi = 3.14$ を適用していることに注意しよう．

他の r の場合も具体的に数値計算してみると，

$\theta = \frac{\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{\pi}{12} = \frac{3.14}{12} = 0.26$	$\theta = \frac{7\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{7\pi}{12} = \frac{7 \times 3.14}{12} = 1.83$
$\theta = \frac{2\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{2\pi}{12} = \frac{2 \times 3.14}{12} = 0.52$	$\theta = \frac{8\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{8\pi}{12} = \frac{8 \times 3.14}{12} = 2.09$
$\theta = \frac{3\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{3\pi}{12} = \frac{3 \times 3.14}{12} = 0.79$	$\theta = \frac{9\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{9\pi}{12} = \frac{9 \times 3.14}{12} = 2.36$
$\theta = \frac{4\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{4\pi}{12} = \frac{4 \times 3.14}{12} = 1.05$	$\theta = \frac{10\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{10\pi}{12} = \frac{10 \times 3.14}{12} = 2.62$
$\theta = \frac{5\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{5\pi}{12} = \frac{5 \times 3.14}{12} = 1.31$	$\theta = \frac{11\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{11\pi}{12} = \frac{11 \times 3.14}{12} = 2.88$
$\theta = \frac{6\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{6\pi}{12} = \frac{6 \times 3.14}{12} = 1.57$	$\theta = \frac{12\pi}{6}$ のとき，$r = \frac{12\pi}{12} = \frac{12 \times 3.14}{12} = 3.14$

先ほどの表でまとめた数値を図示してみよう．

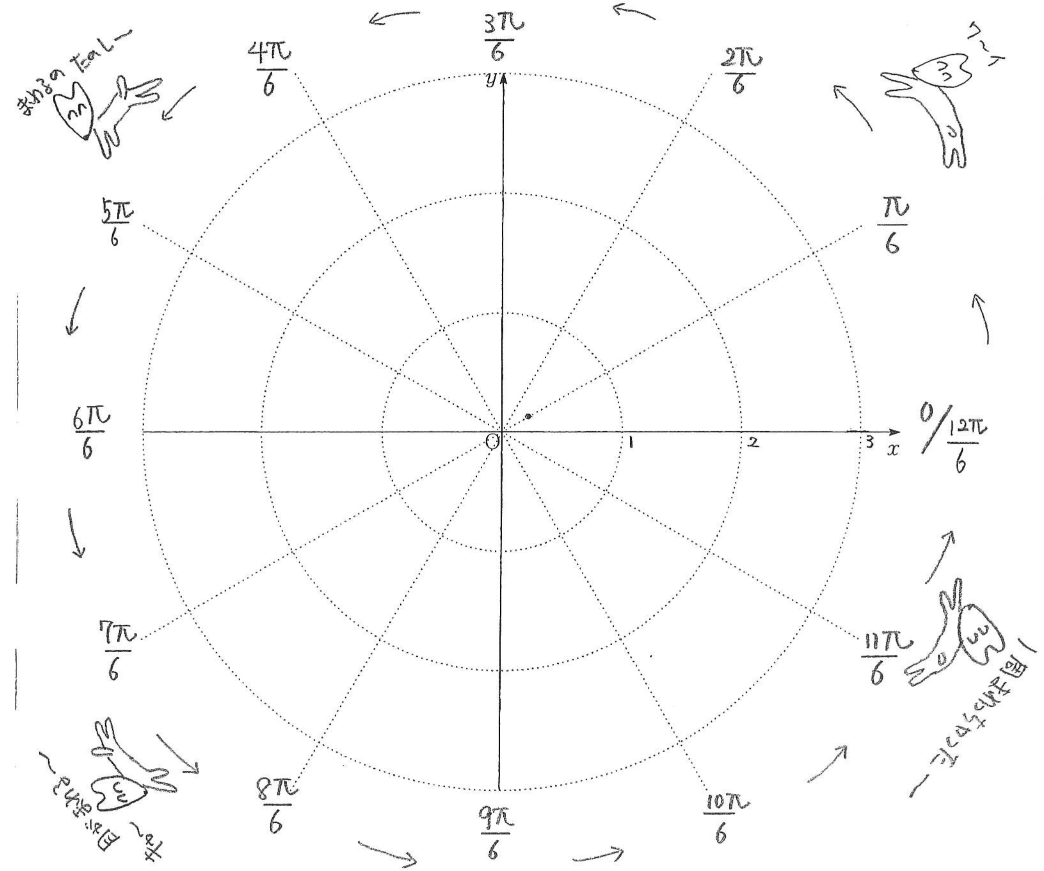
下の図は同心円の間隔が 1，角度は $\frac{\pi}{6}$ 刻みで作成してあります．

なお，例として，

$$\theta = \frac{\pi}{6} \text{のとき，} r = \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{12} = \frac{3.14}{12} \fallingdotseq 0.26$$

という点だけ図示してあります（実際問題，「0.26 の長さ」なんて正確に測るのは無理なんで，まあまあテキトーです）．

例にならって，他の点も順番にプロットしていこう．それらの点を結んでいくと・・・・・



考察

アルキメデスの螺旋 $r = a\theta$ において，今回は，$a = \frac{1}{2}$，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ の場合を考えましたが，θ の範囲をさらに広げていくと，曲線はどうなっていくでしょうか．

また，a の値をいろいろと変化させていくと，どのような曲線が表れてくるでしょうか．

パソコンを用いたシュミレーションでお楽しみください．