

三角関数の『合成』とは？(その②)



前回の犬ブリで「三角関数の『合成』とは加法定理の単なる逆に過ぎない」と述べ、加法定理を常に意識して合成するように説明しました。

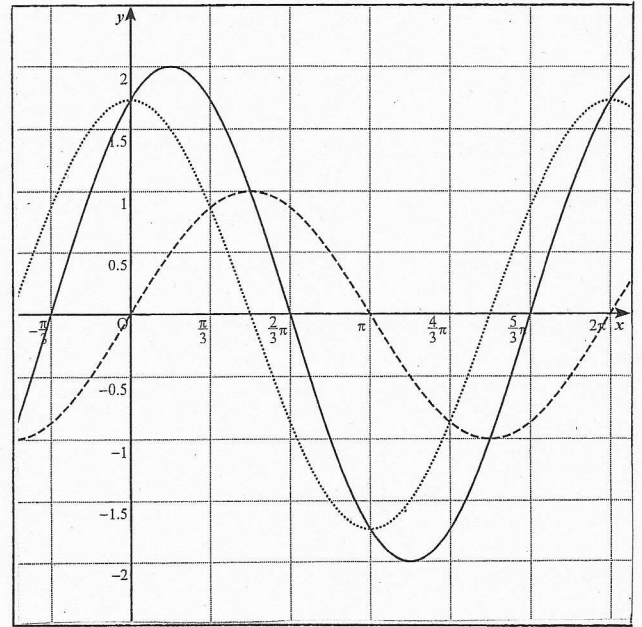
今回は三角関数のグラフを使って『合成』の意味を考えたいと思います。例えば、 $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta$ を合成すると次のようになります(途中は省略)。

$$\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

← 合成の仕方がわからん人は(今の①)のプリントを見よう
この式を次のように解釈します。

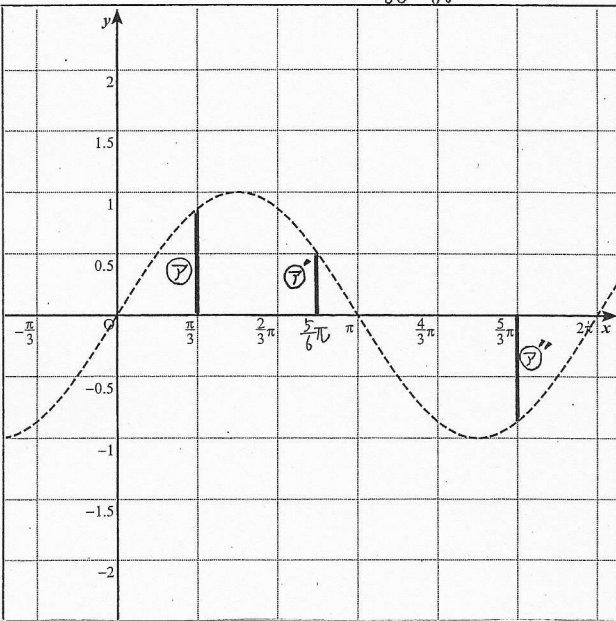
$y = \sin\theta$ のグラフと $y = \sqrt{3}\cos\theta$ のグラフを足し合わせたら $y = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ のグラフになる。 マジで〜？

つまり、『合成』とは2つのグラフの足し合わせだということです。本当にそうになっているのか実際にグラフを使って検証してみよう。



3つのグラフを重ねて書くとこんな感じになります。よくわからないので分けてみます(図①~③)。

図① $y = \sin\theta$ のグラフ



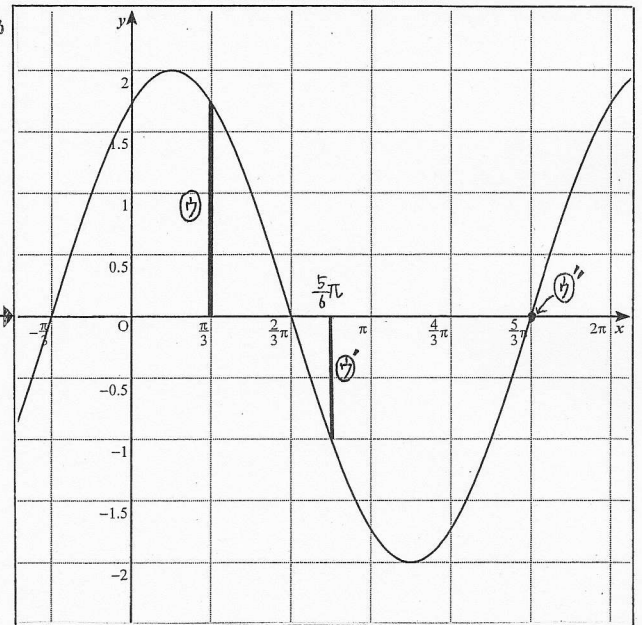
検証 図①のグラフと図②のグラフを合体すると本当に図③のグラフに一致するか???

- ★ 用意するもの... ものさし(目盛つき定規)
- ★ 検証方法... 図①の⑦, ⑦', ⑦'' 図②の①, ①', ①'' 図③の①, ①', ①'' の長さを測る。

$y = \sin\theta$ を上下に2倍 左へ $\frac{\pi}{3}$ 平行移動

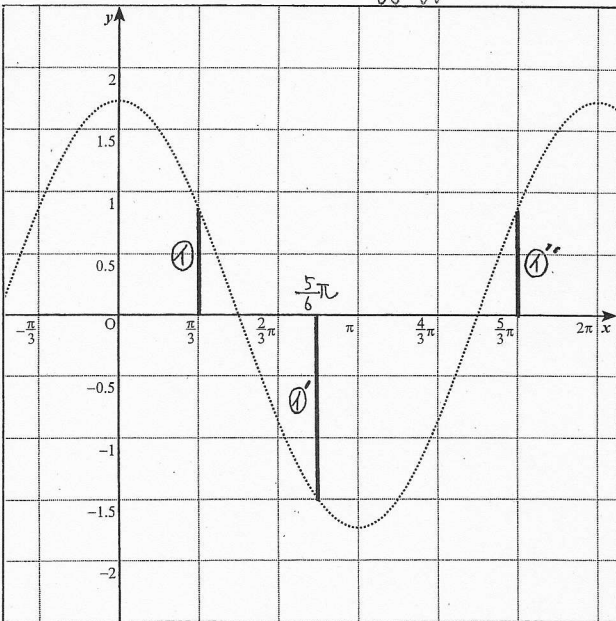
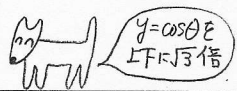
図③ $y = 2\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right)$ のグラフ

(注) y軸より下部は負の長さとする。



合体

図② $y = \sqrt{3}\cos\theta$ のグラフ



質問 ⑦①①, ⑦'①'①', ⑦''①''①'' の間にどのような関係がありそうですか？

(\implies ⑦+①=①, ⑦'+①'=①', ⑦''+①''=①'' という関係が成立しているのが確認できそうですか。)

他の2つのようにでも、いろいろ測ってみるとよいでしょう。まじと図①のグラフと図②のグラフを足し合わせると図③のグラフに一致することが実感できるでしょう。 ナック!!