

補角公式

ホカ？

何かつかまえるの



補角公式とは、次のページの▷Point◁にまとめてある一連の公式の総称です。これらの公式をみて、「はい、わかりました。覚えておきま〜す」といえる人は少ないと思います(実際、この僕でさえも覚えてません。ハハハ)。こんなにたくさん覚えられるはずがないです。絶対に無理でしょう。じゃあ、どうするのかという、実際に単位円を書いてその都度その場で考えるしかありません。下にその考え方を紹介するので、暗記するのが苦手な人はしっかりと理解しよう。下の考え方に馴染めない人は補角公式を丸暗記するしかありませんね。どっちでも構いません。お任せします。僕は絶対に単位円派です。

注 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ なので、 $\tan \theta$ は、 $\sin \theta$ と $\cos \theta$ の組合せで分かります。つまり、例えば、 $\sin(-\theta)$ と $\cos(-\theta)$ が分かれば、 $\tan(-\theta) = \frac{\sin(-\theta)}{\cos(-\theta)}$ なので、 $\tan(-\theta)$ も分かる、というわけです。

	$\sin(\theta + 2n\pi) =$ $\cos(\theta + 2n\pi) =$ $\tan(\theta + 2n\pi) =$		$\sin(-\theta) =$ $\cos(-\theta) =$ $\tan(-\theta) =$
	$\sin(\theta + \pi) =$ $\cos(\theta + \pi) =$ $\tan(\theta + \pi) =$		$\sin(\pi - \theta) =$ $\cos(\pi - \theta) =$ $\tan(\pi - \theta) =$
	$\sin(\theta + \frac{\pi}{2}) =$ $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) =$ $\tan(\theta + \frac{\pi}{2}) =$		$\sin(\frac{\pi}{2} - \theta) =$ $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) =$ $\tan(\frac{\pi}{2} - \theta) =$

- \sin は y座標、 \cos は x座標 です。
- “対称性” と “直角三角形の合同” を意識するところがポイント!!



図をしっかりと書こう。

▷Point◁(補角公式)

みんな全部
おぼえろのムリです (xx)

単位円にレポートで
考えれば大丈夫だよ (nn) うん
がんばる

$$\begin{cases} \sin(\theta + 2n\pi) = \sin \theta \dots (ア) \\ \cos(\theta + 2n\pi) = \cos \theta \\ \tan(\theta + 2n\pi) = \tan \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(-\theta) = -\sin \theta \\ \cos(-\theta) = \cos \theta \\ \tan(-\theta) = -\tan \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(\theta + \pi) = -\sin \theta \dots (イ) \\ \cos(\theta + \pi) = -\cos \theta \\ \tan(\theta + \pi) = \tan \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(\pi - \theta) = \sin \theta \dots (エ) \\ \cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \\ \tan(\pi - \theta) = -\tan \theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = \cos \theta \dots (ウ) \\ \cos\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin \theta \\ \tan\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan \theta} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos \theta \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta \\ \tan\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{1}{\tan \theta} \end{cases}$$

補角公式の使用例

これを1つにまとめて
公式(イ)を利用する

$$\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) = \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2} + \pi\right) = -\sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) = -\cos \theta$$

← 公式(ウ)

これを1つにまとめて
公式(ア)を利用する

$$\sin(3\pi - \theta) = \sin(\pi - \theta + 2\pi) = \sin(\pi - \theta) = \sin \theta$$

← 公式(エ)

うん
みんなにスラスラ
できないよう...

補角公式の覚え方(裏ワザ)

「単位円を使ってその都度考えよ」と言われても、なかなかスツとはできないと思います。そこで裏ワザを教えます。実は、もうすぐ『加法定理』という重要な公式を学習します。加法定理はめちゃくちゃ重要な公式で、絶対に暗記せねばなりません。加法定理とは次のような公式です(他にもあります)。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

← そのうち教えます。
今のところはあまり気にしないでね (o) はい

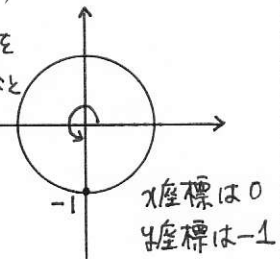
この公式を使えば補角公式を簡単に導くことができます。例えば、 $\sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right)$ の場合、上の加法定理の公式において、 $\alpha = \theta$ 、 $\beta = \frac{3}{2}\pi$ とすると、

$$\begin{aligned} \sin\left(\theta + \frac{3}{2}\pi\right) &= \sin \theta \cos \frac{3}{2}\pi + \cos \theta \sin \frac{3}{2}\pi \\ &= \sin \theta \times 0 + \cos \theta \times (-1) \\ &= -\cos \theta \end{aligned}$$

(nn) できた~

すぐに単位円レポートを
イメージして答えられるよ

sin 3/2 pi = -1
cos 3/2 pi = 0



と機械的に算出することができます ($\cos \frac{3}{2}\pi = 0$ や $\sin \frac{3}{2}\pi = -1$ などの値は即答できる必要がありますが)。補角公式を暗記するよりも楽でしょう? おすすめです。