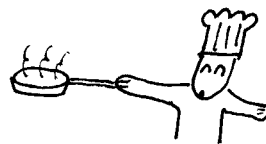


どんな料理が
できるのか
楽しみやない〜

公式のレシピ



Let's
enjoy
cooking !!

創作レストラン「Bistro AKASAKA」では、名物料理「三角関数の公式」シリーズの作り方を公開しています。このレシピをしっかりと学んで、自分で料理できるようになろう。なお、オーナーシェフの赤阪氏もこっそりこのレシピを参考にしているというウワサです。

▷Point◁

原材料 「加法定理」のみ。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

ここから全ての料理が作られるのです。

これだけで
すべての料理が
できるんですよ…

やはり
加法定理が
大事やない〜

では、料理を順番に見ていこう。なお、作り方を間違えると大失敗します(この時期は食中毒に注意)。必ず自分の手で実際に料理すること。身体で覚えることが大切です。

前菜料理『 $\sin(\alpha - \beta)$, $\cos(\alpha - \beta)$, $\tan(\alpha - \beta)$ 』の作り方

- ☆材料 「加法定理」のみ
- ☆調味料 補角公式 $\sin(-\beta)$, $\cos(-\beta)$, $\tan(-\beta)$
- ☆目標調理時間 1品 20秒. 3品で合計1分.
- ☆調理方法 「加法定理」で β の代わりに $-\beta$ を代入するだけ.
- ☆料理の特徴 原材料と符号が総入れ替えの料理になっている。

$$\begin{aligned} \sin(\alpha - \beta) &= \sin(\alpha + (-\beta)) \\ &= \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta) \\ &= \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

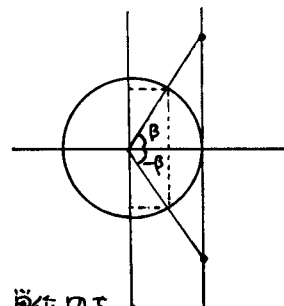
$$\begin{aligned} \cos(\alpha - \beta) &= \cos(\alpha + (-\beta)) \\ &= \cos \alpha \cos(-\beta) - \sin \alpha \sin(-\beta) \\ &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan(\alpha - \beta) &= \tan(\alpha + (-\beta)) \\ &= \frac{\tan \alpha + \tan(-\beta)}{1 - \tan \alpha \tan(-\beta)} \\ &= \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \end{aligned}$$

注 調味料の使い方は大丈夫だろうが、いちおう念のため・・・

$$\sin(-\beta) = -\sin \beta, \quad \cos(-\beta) = \cos \beta, \quad \tan(-\beta) = -\tan \beta$$

y座標 x座標



単位円を
イメージします。

超人気料理『2倍角の公式』の作り方

- ☆材料 「加法定理」のみ
- ☆目標調理時間 1品15秒. 3品で合計45秒.
- ☆調理方法 「加法定理」で $\beta = \alpha$ とするだけ.
- ☆料理の特徴 今後, 最も頻繁に登場するであろう超人気の定番料理.

2倍角の公式は
本当によく使われて
しつかりおぼえておこう
ん
はーい

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= \sin(\alpha + \alpha) \\ &= \sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha \\ &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos(\alpha + \alpha) \\ &= \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \\ \text{を代入} \end{aligned} \right\} & \begin{aligned} &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \dots \textcircled{1} \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha \quad \dots \textcircled{2} \\ &= 2 \cos^2 \alpha - 1 \quad \dots \textcircled{3} \end{aligned} \left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \\ \text{を代入} \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan 2\alpha &= \tan(\alpha + \alpha) \\ &= \frac{\tan \alpha + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha \tan \alpha} \\ &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \end{aligned}$$

cos 2αのおぼえ方
とりあへず, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
をしつかりとおぼえて.
残りの2つは
 $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$
 $\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$
を代入して, 今の都合で使う.

ということは, 3つとも
おぼえておかないと
あかんよな...
うん

注 $\cos 2\alpha$ は3通りの表し方 (① ② ③) があるので, 状況に応じて使い分ける必要あり.

サンシャイン料理『3倍角の公式』の作り方

- ☆材料 「加法定理」から $\sin(\alpha + \beta)$ と $\cos(\alpha + \beta)$
超人気料理『2倍角の公式』から $\sin 2\alpha$ と $\cos 2\alpha$
- ☆目標調理時間 1品1分30秒, 2品で合計3分.
- ☆調理方法 「加法定理」において $\beta = 2\alpha$ とする. 途中の式変形に注意しよう.
- ☆料理の特徴 有名な料理だが, 超人気料理『2倍角の公式』ほどではない.

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \\ \text{サンシャイン} & \text{引いて} \\ & \text{夜風が身にしみ...} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin(\alpha + 2\alpha) \\ &= \sin \alpha \cos 2\alpha + \cos \alpha \sin 2\alpha \\ &= \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + \cos \alpha \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ &= \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha \\ &= \sin \alpha (1 - 2 \sin^2 \alpha) + 2 \sin \alpha (1 - \sin^2 \alpha) \\ &= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \end{aligned}$$

sin αで統一

2倍角の公式を代入する
sin αで統一する
 $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ を使った。

$$\begin{aligned} \cos 3\alpha &= \cos(\alpha + 2\alpha) \\ &= \cos \alpha \cos 2\alpha - \sin \alpha \sin 2\alpha \\ &= \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) - \sin \alpha \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ &= \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) - 2 \sin^2 \alpha \cos \alpha \\ &= \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) - 2(1 - \cos^2 \alpha) \cos \alpha \\ &= -3 \cos \alpha + 4 \cos^3 \alpha \end{aligned}$$

cos αで統一

2倍角の公式を代入する
cos αで統一する
 $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ を使った。

注 完成に時間がかかるので, 隠し味「マルーアンキ」がオススメ.

なお, $\sin 3\alpha$ と $\cos 3\alpha$ の符号の絶妙な対称性に料理の完成度の高さを感じる.

マドゥは計算ですが
必ず自分で
やっておこう

$\sin 3\alpha = 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha$
 $\cos 3\alpha = -3 \cos \alpha + 4 \cos^3 \alpha$
2つを並べてみると, $\sin \alpha$ と $\cos \alpha$ が入れかわりて
さらに符号も逆転していることがわかります。
つまり $\sin 3\alpha$ だけおぼえれば大丈夫です。
うん

ツウが好む隠れた逸品料理『半角の公式』の作り方

- ☆材料 超人気料理『2倍角の公式』から $\cos 2\alpha$ のみを使用。
- ☆目標調理時間 1品 15秒, 2品で合計 30秒。
- ☆調理方法 $\cos 2\alpha$ の公式 (② ③) を変形するだけ。
- ☆料理の特徴 究極の手抜き料理だがいずれ絶大な威力を発揮する (特に, 数学 III の積分で)。

次から次へと
出てくるよ (心)
いやー

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \text{ より, } \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \quad \cos 2\alpha \text{ を変形しただけ}$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 \text{ より, } \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$$

よろずに

$$\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$$

$$\cos^2 \theta = \frac{1 + \cos 2\theta}{2}$$

これが半角の公式の原型, ていうか, そのもの。また, $\alpha = \frac{\theta}{2}$ と置きなおして,

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 - \cos \theta}{2}, \quad \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} \quad \theta \text{ を置きかえ}$$

○が△の半分である
と書いてるだけ。

とすることもありますが, どちらでもかまわない。むしろ, この式が (2次式) → (1次式) になっていることを意識すべきである。このことから, この料理は別名『ジューサゲ』とも呼ばれる。

後で美味しい料理『積和公式』の作り方

- ☆材料 「加法定理」 $\sin(\alpha + \beta), \cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha - \beta), \cos(\alpha - \beta)$
- ☆目標調理時間 1品 30秒, 4品で合計 2分。
- ☆調理方法 「加法定理」を上手く組み合わせるのだが, 間違って組み合わせると失敗する。マズイ料理を提供すると, 客が怒って帰ってしまうので慎重に料理しよう。
- ☆料理の特徴 いずれこの料理の美味しさがわかる (これも数学 III の積分で)。

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \quad \dots\dots ①$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \quad \dots\dots ②$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta \quad \dots\dots ③$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta \quad \dots\dots ④$$

この積和公式は
作り方(組み合わせ方)を
おぼえて(考え)。
その都度 作りましよう。

① + ③ より, $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2\sin \alpha \cos \beta$. よって,

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \}$$

① - ③ より, $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos \alpha \sin \beta$. よって,

$$\cos \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \{ \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) \}$$

② + ④ より, $\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2\cos \alpha \cos \beta$. よって,

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) \}$$

② - ④ より, $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2\sin \alpha \sin \beta$. よって,

$$\sin \alpha \sin \beta = -\frac{1}{2} \{ \cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) \}$$

こんどん
おぼえらん (心)
ムリ~

どれもこれも
同じに見えるん
ですけど... (心)

何が美味しいのかわからん料理『和積公式』の作り方

- ☆材料 「加法定理」 $\sin(\alpha + \beta)$, $\cos(\alpha + \beta)$, $\sin(\alpha - \beta)$, $\cos(\alpha - \beta)$
- ☆目標調理時間 1品 40秒, 4品で合計 2分 40秒.
- ☆調理方法 途中までは積和公式の作り方と同じ. 後は単なる文字の置き換え.
- ☆料理の特徴 今のところはハッキリ言って, 何が美味しいのかわからないと思う. でも, 将来, 意外な場所で美味しさがわかるから, 文句を言ってはいけない.

まず, $\alpha + \beta = A$, $\alpha - \beta = B$ とおくと, $\alpha = \frac{A+B}{2}$, $\beta = \frac{A-B}{2}$.

よって計算式の α を $\frac{A+B}{2}$ に, β を $\frac{A-B}{2}$ に, そっくりそのまま置き換える.

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta \dots\dots①$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta \dots\dots②$

$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta \dots\dots③$

$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \sin\alpha \sin\beta \dots\dots④$

この和積公式だけは
ゴロ合わせで
丸暗記します。

① + ③ より, $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2\sin\alpha \cos\beta$. よって,

$\sin A + \sin B = 2\sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$ (シンたすシンはニシンのコ)

てえ~ (xx)
イヤ~

① - ③ より, $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2\cos\alpha \sin\beta$. よって,

$\sin A - \sin B = 2\cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$ (シンひくシンはニコスのシン)

② + ④ より, $\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) = 2\cos\alpha \cos\beta$. よって,

$\cos A + \cos B = 2\cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$ (コスたすコスはニコスコス)

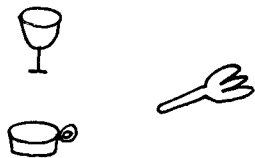
② - ④ より, $\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta) = -2\sin\alpha \sin\beta$. よって,

$\cos A - \cos B = -2\sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$ (コスひくコスひくニシンシン)

注 これも, 完成に時間がかかるので, 隠し味「マルーアンキ」をオススメする.

本物のフランス料理のフルコース

- 「食前酒」**Aperitif** (アペリティフ), 「ワイン」**Vine** (ヴァン)
- 「前菜」**Les entree** (アントレ) または **Horsdoeuvre** (オードブル)
- 「スープ」**Les patage** (ポタージュ) または **Les soupe** (スープ)
- 「口直しの氷菓子」**Granite** (グラニテ)
- 「メイン料理」**Plat** (プラ)
- 「魚料理」**Les poisson** (ポワソン) または 「肉料理」**Les viandes** (ヴィヤンド)
- 「デザート」**Les dessert** (デセール)
- 「コーヒー」**Cafe ou the** (カフェ・ウ・テ)
- 「お茶菓子」**Petit fours** (プティ・フル)



♡ やぱり
肉が好きー

せったい
うちの犬が
役に立ちそう...

