

加法定理-族の家系図

おぼては、加法定理から
始まるんやて。
作り方を理解し、
自分で導き出せるように
しておこう。

基本中の基本

基本の相互関係

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

両辺を $\cos^2\theta$ でわす

2倍角の公式

$$\sin 2\alpha =$$

$$\cos 2\alpha =$$

$$\tan 2\alpha =$$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ より
 $\sin\alpha$ だけ, $\cos\alpha$ だけでや3入る。

変形

$$\cos 2\alpha =$$

$$\cos 2\alpha =$$

半角の公式

$$\sin^2\frac{\theta}{2} =$$

$$\cos^2\frac{\theta}{2} =$$

$$\tan^2\frac{\theta}{2} =$$

おぼてだけ

同じ

これは、次数下げの公式として
使います。数Ⅲでもよく登場します。

次数下げの公式として使います。
数Ⅲで、たまに登場します。

3倍角の公式

$$\sin 3\alpha =$$

$$\cos 3\alpha =$$

変形

加法定理+

$$\sin(\alpha + \beta) = \dots \textcircled{1}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \dots \textcircled{2}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \dots \textcircled{5}$$

加法定理-

$$\sin(\alpha - \beta) = \dots \textcircled{3}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \dots \textcircled{4}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \dots \textcircled{5}$$

β のかわりに
を代入

とす

として
2倍角の公式を
利用する

3角関数の合成

$$a\sin\theta + b\cos\theta = \sqrt{a^2+b^2} \left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}\sin\theta + \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\cos\theta \right) \dots (*)$$

sinで合成

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\alpha, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\alpha$$

cosで合成

$$\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} = \cos\alpha, \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} = \sin\alpha$$

積→和の変換公式

$$\sin\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$$

$$\cos\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta))$$

$$\cos\alpha \cos\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta))$$

$$\sin\alpha \sin\beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha+\beta) - \cos(\alpha-\beta))$$

注意!!

和→積の変換公式

$$\sin A + \sin B = 2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\sin A - \sin B = 2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A + \cos B = 2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\cos A - \cos B = -2\sin\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}$$

注意!!

$\alpha + \beta =$ とおくと, $\alpha =$, $\beta =$

加法定理

$$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\theta \cos\frac{\pi}{6} + \cos\theta \sin\frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta + \frac{1}{2}\cos\theta$$

つまり、3角関数の“合成”とは、
加法定理の逆を辿るに
過ぎません。ビビる必要なし!
展開と因数分解
みたいな関係やなあ

この公式は、数Ⅲの積分で重要な役割をはたします。