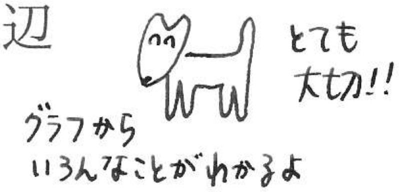
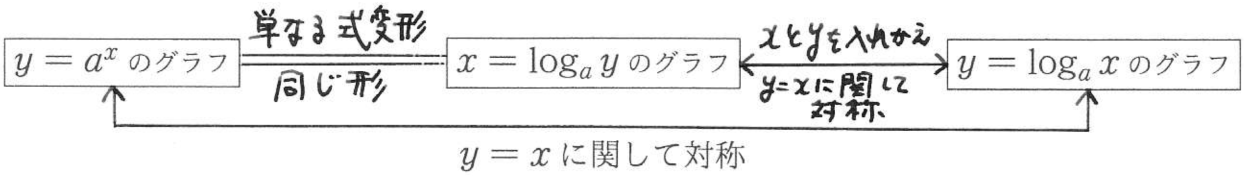
指数・対数関数のグラフとその周辺



1　グラフの基本形

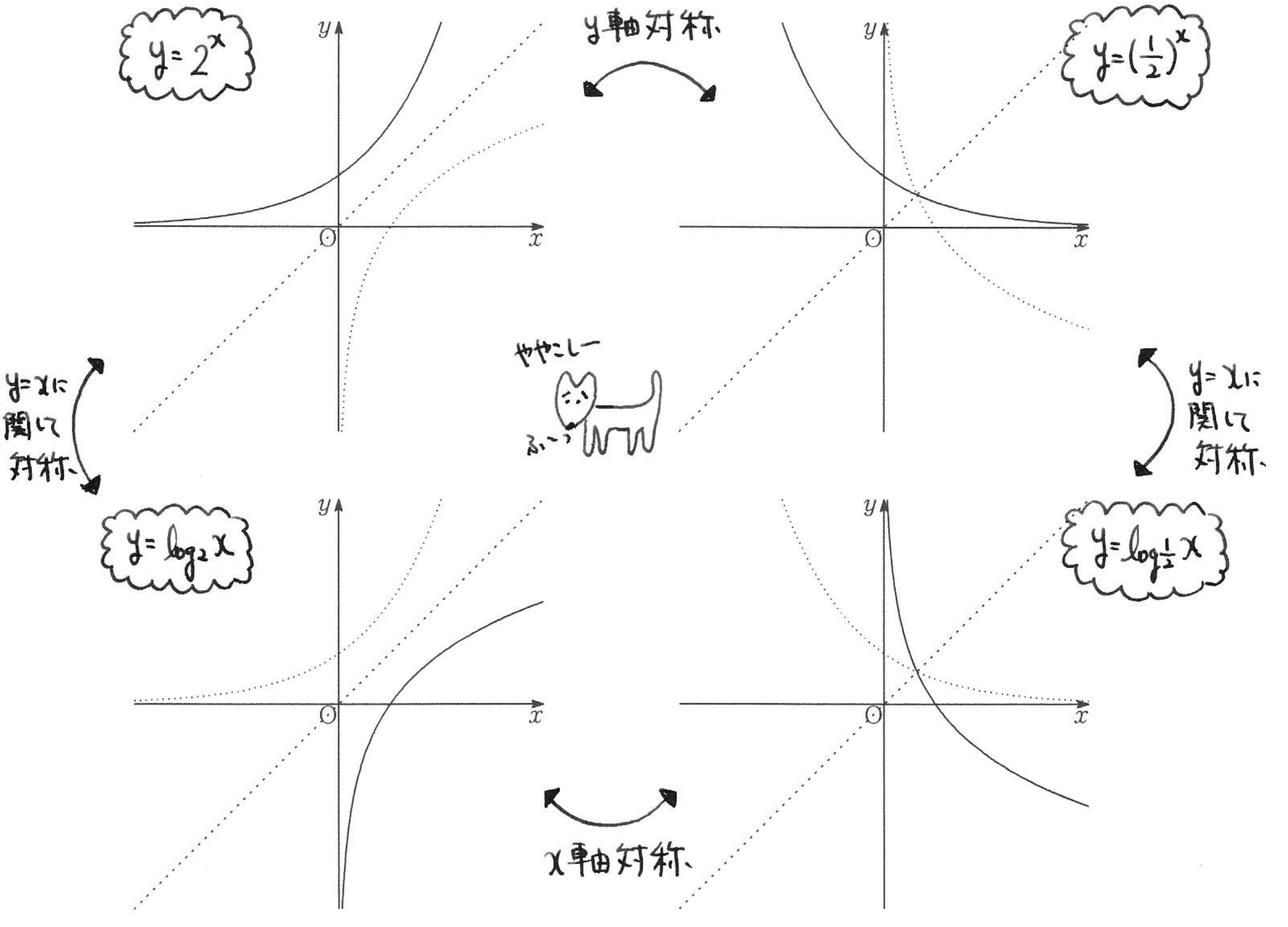
まずは右のことを認めてください．これは逆関数の性質といわれるもので数学 Ⅲ で詳しく学習します．この事実を用いて，対数関数 $y = \log_a x$ のグラフを考えてみよう．

> ▷Point◁
> x と y を入れ換えると，直線 $y = x$ に関する対称移動になる．



> 例題　$y = 2^x$,　$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$,　$y = \log_2 x$,　$y = \log_{\frac{1}{2}} x$　のグラフとその位置関係

これら 4 つのグラフの形や位置関係は，指数関数，対数関数の基本なので，しっかりと頭に入れておこう．



2　グラフの移動

グラフの移動について確認しておこう.

▷Point◁(グラフの対称移動)

x の代わりに $-x$ を代入 $\longrightarrow$ y 軸対称

y の代わりに $-y$ を代入 $\longrightarrow$ x 軸対称

$\left.\begin{array}{l} x \text{ の代わりに } -x \text{ を代入} \\ y \text{ の代わりに } -y \text{ を代入} \end{array}\right\} \longrightarrow$ 原点対称

▷Point◁(グラフの平行移動)

$y=f(x)$ のグラフを x 軸方向に p, y 軸方向に q だけ平行移動したグラフは

$$y-q=f(x-p)$$

いろんなとこで
登場しますね

先程の例では, $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=(2^{-1})^x=2^{-x}$ なので, $y=2^x$ の x を $-x$ に入れ換えた形になっているから,

$$\boxed{y=\left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ と } y=2^x \text{ は } y \text{ 軸対称}}$$

$y=\log_{\frac{1}{2}} x=\dfrac{\log_2 x}{\log_2 \frac{1}{2}}=\dfrac{\log_2 x}{-1}$, つまり $-y=\log_2 x$ なので, $y=\log_2 x$ の y を $-y$ に入れ換えた形になっているから.

$$\boxed{y=\log_{\frac{1}{2}} x \text{ と } y=\log_2 x \text{ は } x \text{ 軸対称}}$$

例題 $y=\log_2 \dfrac{1}{x}$ のグラフは先ほどの 4 つのどれと同じか?

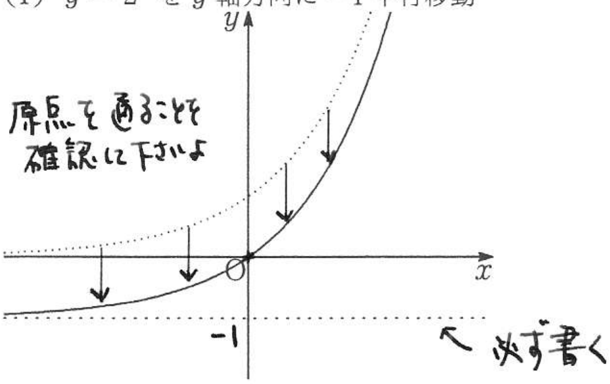
解 $y=\log_2 \dfrac{1}{x}=\log_2 x^{-1}=-\log_2 x$.
上の考察より, $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ と同じである.

ふーん

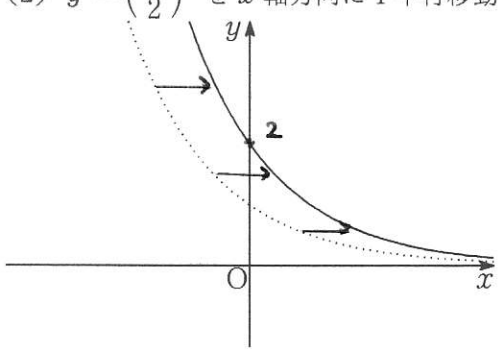
何を
どのように
移動するか
しっかり考えよう

例題 (1) $y=2^x-1$　(2) $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1}$　(3) $y=\log_2(x-1)$　(4) $y=\log_2(-x)$

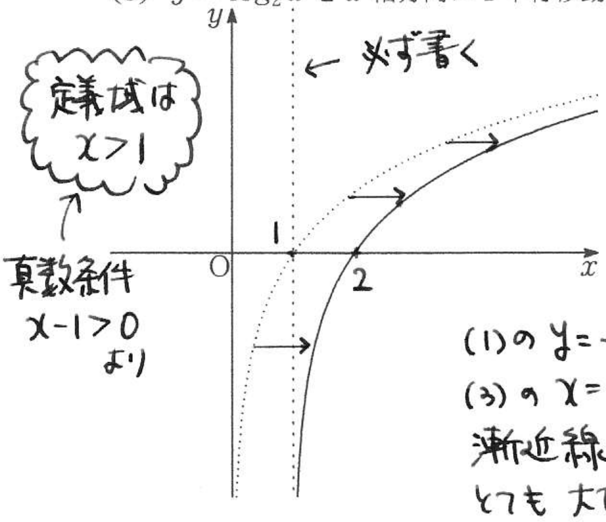
(1) $y=2^x$ を y 軸方向に -1 平行移動



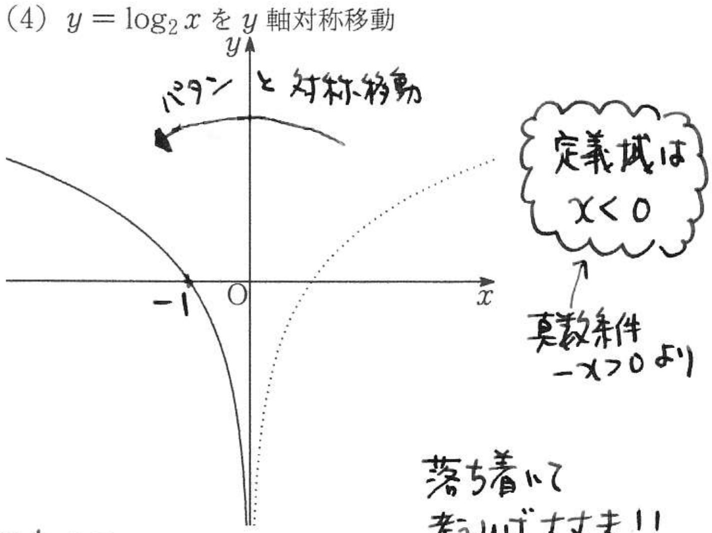
(2) $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ を x 軸方向に 1 平行移動



(3) $y=\log_2 x$ を x 軸方向に 1 平行移動



(4) $y=\log_2 x$ を y 軸対称移動



(1)の $y=-1$
(3)の $x=1$ は
漸近線といって
とても大切な意味をもつので
必ず明記しよう

はーい

落ち着いて
考えれば大丈夫!!

うん…