



三角形の5つの心

心はひとつ
じゃないのね... 

三角形は5つの心をもっています。重い心(重心), 内気な心(内心), まっすぐな心(垂心), 外れた心(外心), 傍らでそっと見守る心(傍心)...

作図方法と性質をまとめておこう。

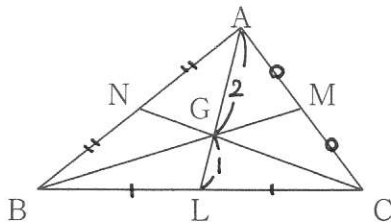
 はーい

すべての心に共通することやけど
3本の直線が1点で交わることは
証明せんでエエの? 

1 重心 なんで3本の中線が1点で交わるの?

▷Point◁(重心とは)

三角形の各頂点と対辺の中点を結んだ線(いわゆる中線)の交点を重心という。




これは有名ですね

 よく知ってるー

重心についての重要な性質は、「重心が中線を2:1に内分する」ということです。つまり、上の図で

$$AG : GL = BG : GM = CG : GN = 2 : 1$$

⇒注 なぜ2:1に内分するのか各自で証明しておくように。

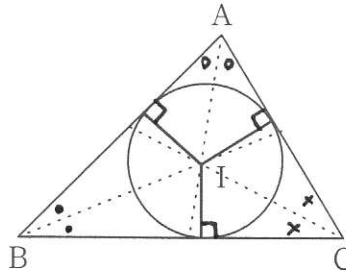
 どうやるのかな?
え〜

2 内心

↓
ダメです。  なんで? 

▷Point◁(内心とは)

三角形の内角の二等分線の交点を内心という。内心は「内接円の中心」の略称である。





重心としっかり
区別しよう。
角の二等分線です

 はーい

⇒注 「内接円の各辺との接点」と「角の2等分線と各辺との交点」は必ずしも一致しません。上図でも、太線が内接円の半径で点線が角の2等分線ですが、辺との交点は一致していません。よく勘違いするので注意しよう。

⇒注 内接円の半径の求め方は知ってますよね。

 たしか面積を考えるんじゃないか? 

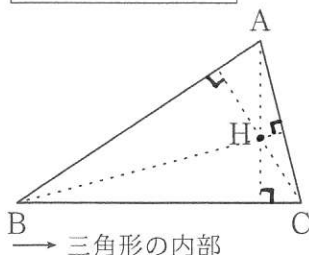
3 垂心 なんで3本の垂線が1点で交わるの?

▷Point◁(垂心とは)

三角形の各頂点から、向かい合う辺(またはその延長)におろした垂線の交点を垂心という。

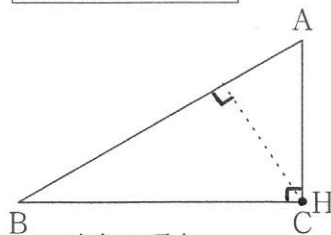
垂心の位置について確認しておこう。垂心は三角形の形状に応じて位置が変わります。知ってました?

鋭角三角形の場合



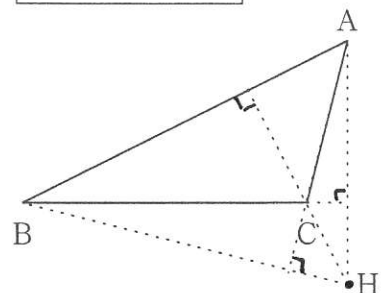
→ 三角形の内部

直角三角形の場合




→ 直角の頂点

鈍角三角形の場合




→ 三角形の外部

こんなところに
おきながら
知らんかったわ  7474

4 外心

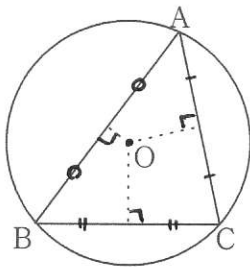
▷Point◁(外心とは?)

各辺の垂直二等分線の交点を外心という。
外心とは「外接円の中心」の略称である。

なんで3本の垂直二等分線が
1点で交わりなのかある?  うん

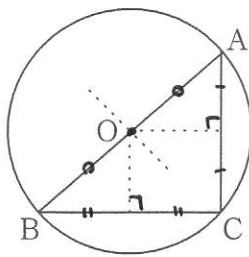
外心の位置について確認しておこう。外心は三角形の形状に応じて位置が変わります。知ってました?

鋭角三角形の場合



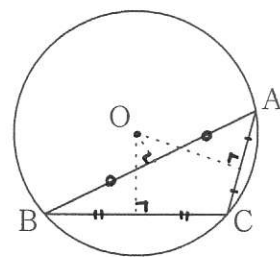
→ 三角形の内部

直角三角形の場合




→ 斜辺の midpoint

鈍角三角形の場合



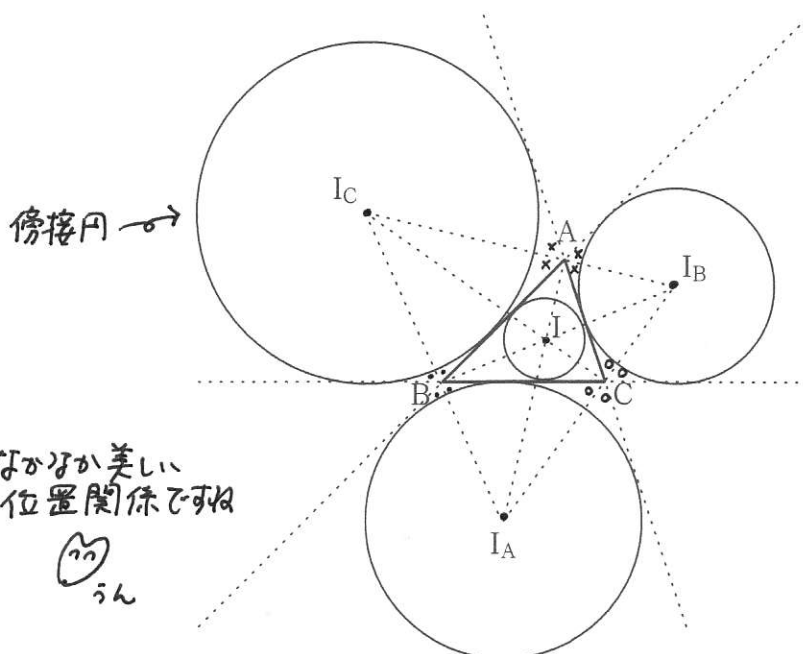
→ 三角形の外部

この3つは
何となくわかる  うん


5 傍心


▷Point◁(傍心とは?)

三角形の外角の二等分線の交点を傍心という。
傍心とは「傍接円の中心」の略称である。



傍接円 →

なかなか美しい
位置関係ですね  うん

3つもあるなんて
知らんか? =w= 
傍心と内心って
何か関係ありそうね

$\triangle ABC$ の頂点 B, C における外角の二等分線の交点 I_A を「 $\angle A$ 内の傍心」と言います。 I_B ($\angle B$ 内の傍心), I_C ($\angle C$ 内の傍心) も同様。つまり傍心は3つあります。また、三角形の頂点 A と内心 I , 傍心 I_A は一直線上にあり、 $\triangle ABC$ の内心と $\triangle I_A I_B I_C$ の垂心は一致します。興味のある人は証明してみよう。

なかなか興味深い性質ですね  証明は……
ほとんど明らかですネ