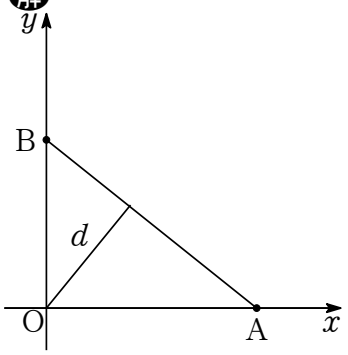
1995 年後期

座標平面の x 軸上に点 A(15, 0) があり，y 軸上の $y>0$ の部分に点 B がある．原点 O と直線 AB との距離，および OB の長さは，ともに整数である．点 B の座標を求めよ．

考え方　とりあえずは，B の座標を設定して，問題文の指示通りに立式します．

解



B(0, b) とおく．b は正の整数である．

直線 AB の方程式は

$$\frac{x}{15}+\frac{y}{b}=1$$

$$bx+15y=15b$$

よって，原点 O と直線 AB との距離 d は

$$d=\frac{15b}{\sqrt{b^2+15^2}}$$

したがって，d が整数になるためには，分母の根号内 b^2+15^2 が平方数になる必要がある．よって，

$$b^2+15^2=c^2\ \ (c\geqq 0)$$

とおくと，

$$(c+b)(c-b)=225$$

$c+b>c-b$ より，

$(c+b,\ c-b)=(225,\ 1),(75,\ 3),(45,\ 5),(25,\ 9)$

それぞれの場合に，b と c を求めると，

$(b,\ c)=(112,\ 113),(36,\ 39),(20,\ 25),(8,\ 17)$

この中で，$d=\dfrac{15b}{c}$ が整数になる場合を選ぶと

$$(b,\ c)=(20,\ 25)$$

したがって，

B(0, 20)

注　特に問題ないでしょう．

■